

Alberto Viotto

Achille e la tartaruga

e altri paradossi

© Copyright 2008

Introduzione

Un giorno di più di duemila anni fa, in qualche località non meglio specificata della Magna Grecia, si svolse una gara di corsa che avrebbe fatto discutere per secoli e secoli. Il velocissimo Achille è di fronte alla lenta tartaruga e, per rendere la contesa meno impari, le dà diversi metri di vantaggio. L'esito della gara sembrerebbe scontato, ma, secondo fonti autorevoli, pur essendo in ottima forma e per quanti sforzi facesse, *Achille non riuscì mai a raggiungere la tartaruga.*

La vicenda di Achille e la tartaruga è un esempio di *paradosso* (un ragionamento in apparenza logico, ma che sembra portare a conseguenze assurde). Un altro famoso paradosso è quello del cretese mentitore, che afferma: “Tutti i cretesi mentono”. Ha ragione o torto?

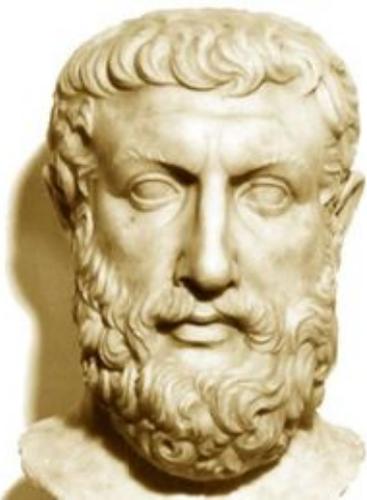
Questo libro descrive alcuni celebri paradossi e indica come possono diventare completamente inoffensivi, se soltanto si adottano modi di pensare che superano i nostri schemi abituali.



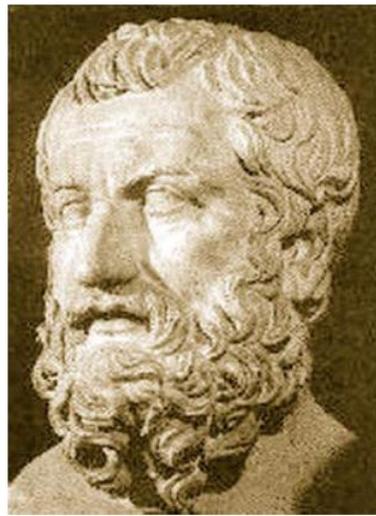
Achille e la tartaruga

La gara

L'autore del paradosso di "Achille e la tartaruga" è il filosofo greco Zenone di Elea, che visse attorno al 500 avanti Cristo nella Magna Grecia. Zenone intendeva difendere le tesi del suo maestro Parmenide, uno dei più importanti filosofi presocratici, che sosteneva che il movimento non è altro che illusione.



Parmenide



Zenone di Elea

Zenone venne in suo aiuto proponendo un curioso esempio, qua descritto con le parole del poeta e scrittore argentino Jorge Louis Borges (1899-1986):

“Achille, simbolo di rapidità, deve raggiungere la tartaruga, simbolo di lentezza. Achille corre dieci volte più svelto della tartaruga e le concede dieci metri di vantaggio. Achille corre quei dieci metri e la tartaruga percorre un metro; Achille percorre quel metro, la tartaruga percorre un decimetro; Achille percorre quel decimetro, la tartaruga percorre un centimetro; Achille percorre quel centimetro, la tartaruga percorre un millimetro; Achille percorre quel millimetro, la tartaruga percorre un decimo di millimetro, e così via all’infinito; di modo che Achille può correre per sempre senza raggiungerla.”

Prime ovvie confutazioni

Ognuno di noi sa perfettamente che un corridore può raggiungere facilmente una persona più lenta; la confutazione di quanto sostenuto da Zenone potrebbe sembrare banale. Il filosofo Diogene, davanti a chi gli ricordava gli argomenti di Zenone contro il movimento, silenziosamente si mise a camminare. Nella realtà Achille raggiunge la tartaruga; resta aperta la questione di come ciò possa avvenire.

Da un punto di vista matematico la spiegazione sta nel fatto che gli infiniti intervalli impiegati ogni volta da Achille per raggiungere la tartaruga diventano sempre più piccoli, ed il limite della loro somma “converge”. Una somma di infiniti elementi o, più precisamente, *il limite* di una somma di infiniti elementi non è necessariamente infinito. Prendiamo ad esempio la somma di tutte le frazioni che si possono ottenere dimezzando ogni volta un intero:

$1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, \dots$

La somma di tutti questi elementi è sempre inferiore ad uno. Arrivati all'elemento numero n , la somma sarà pari ad uno meno la frazione di ordine n . Arrivati ad esempio al terzo elemento, la somma sarà uguale a sette ottavi, pari ad uno meno un ottavo (un mezzo elevato alla terza). Arrivati al decimo elemento, la somma sarà uno meno un milleventicquattresimo (un mezzo elevato alla decima; infatti due elevato

alla decima potenza è 1024). Da un punto di vista matematico si può affermare che il limite di questa somma di infiniti termini è uno.



La somma degli infiniti intervalli percorsi dalla tartaruga con i presupposti di Zenone è finita, ed è inferiore al tratto di pista che Achille deve percorrere per raggiungerla. Achille supererà la tartaruga *dopo* che essa ha percorso un cammino che corrisponde alla somma di infiniti intervalli.

Un secondo che non finisce

Il paradosso può essere esaminato anche dal punto di vista del trascorrere del tempo. Immaginiamo che Achille impieghi nove decimi di secondo per percorrere i primi dieci metri, il che significa che impiegherebbe nove secondi per percorrerne cento (un po' meglio degli attuali primatisti; il record mondiale è di nove secondi e 78 centesimi). Nel frattempo la tartaruga si sarebbe spostata di un ulteriore metro; per coprire anche questa distanza Achille impiegherebbe nove centesimi di secondo; per il successivo decimetro nove millesimi, e così via. La somma degli intervalli di tempo impiegati (espressa in secondi) sarebbe quindi:

$$0.9 + 0.09 + 0.009 + 0.0009 + \dots$$

Questa somma converge come la precedente ed è sempre minore di uno. Da un punto di vista matematico si può dire che anche il limite di questa somma di infiniti termini è dieci. Ogni intervallo, inoltre, è maggiore della somma di tutti quelli che lo seguono.

Con i presupposti di Zenone, quindi, il tempo “si ferma”, e non si riesce a superare il primo secondo. Parrebbe che Zenone, alla fine, si sia limitato a provare che Achille non riesce a raggiungere la tartaruga prima che sia trascorso un certo tempo (con le nostre ipotesi, un secondo). Se il tempo continua a scorrere, però, Achille raggiunge e supera la tartaruga.

Uno sguardo meno superficiale

Inutile dirlo, la spiegazione che abbiamo descritto ci lascia in qualche modo insoddisfatti (non si spiegherebbe altrimenti l'enorme popolarità di questo esempio). Come è possibile che ci sia un tempo dopo la serie infinita di attimi, in ognuno dei quali Achille raggiunge il punto in cui precedentemente si trovava la tartaruga? Come è possibile che il tempo vada avanti lo stesso, fino al momento in cui la tartaruga viene raggiunta?

Ci resta la convinzione che in qualche modo Zenone abbia ragione. Ma come è possibile?

Parmenide e Zenone

Un punto fondamentale di questa discussione consiste nel capire *che cosa volesse dimostrare* Zenone. Il suo obiettivo era di difendere le idee del filosofo Parmenide, anch'egli di Elea e suo contemporaneo.

Parmenide considerava ingannevoli i sensi e riteneva che la realtà fosse un unico, immutabile tutto. Secondo Parmenide molte cose che diamo per scontate, come la pluralità ed il movimento, non sono altro che illusione. Con il paradosso di Achille e la tartaruga, Zenone voleva dimostrare che *il movimento è pura illusione*. In altri termini, ci *sembra* che Achille raggiunga la tartaruga, ma entrambi non sono altro che parti di un unico essere immutabile, ed il loro movimento è illusorio.

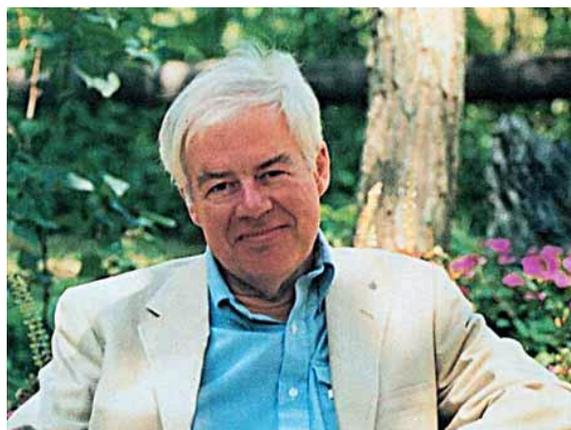
Lo specchio della natura

Per dare una risposta a questi interrogativi si può riflettere sulla nostra abituale concezione della realtà. Noi tutti normalmente riteniamo che, al di fuori di noi, esistano cose che si comportano secondo leggi ben precise. Oggetti come Achille e la tartaruga hanno ben determinate proprietà, tra cui una traiettoria che possiamo conoscere con precisione illimitata.

In realtà, *non è indispensabile adottare questa concezione*, pur profondamente radicata in noi. Critiche a questo modo di pensare sono state formulate da filosofi del Novecento, come Ludwig Wittgenstein (1889-1951) e Richard Rorty (1931-2007). Le nostre concezioni, ed in particolare le teorie scientifiche, non riflettono le cose come stanno là fuori, ma semplicemente *ci servono*, ci permettono di fare fronte all'ambiente naturale in cui ci troviamo. Il valore di una teoria sta nel suo buon funzionamento, nella sua utilità.



Ludwig Wittgenstein



Richard Rorty

Una teoria di questo tipo è la meccanica quantistica, che nasce attorno al 1920 ad opera di scienziati come Erwin Schroedinger(1887-1961),

Niels Bohr (1885-1962) e Werner Heisenberg (1902-1976) e risolve le incongruenze che si ottengono applicando la meccanica tradizionale al mondo subatomico.



Erwin Schrodinger



Werner Heisenberg & Niels Bohr

In meccanica quantistica non è possibile crearsi una rappresentazione che descriva esattamente ciò che succede nel mondo che ci circonda. Ad esempio, se vogliamo misurare la posizione di una particella elementare, tutto ciò che possiamo sapere è la probabilità dei vari valori che può assumere; da questi dati si possono poi ricavare “valore medio” e “scarto medio”. Lo scarto medio di una grandezza è chiamato *indeterminazione* e non può essere nullo.

In altre parole, non possiamo crearci un modello del mondo subatomico che lo rappresenti esattamente; gli elettroni non sono piccole sfere, come vengono spesso rappresentati, ma entità che si comportano in modo del tutto peculiare. La meccanica quantistica non ci dà un modello della realtà esterna, ma *ci serve* per prevedere il risultato delle misure.

Il processo di misura

Di solito si pensa che, in linea teorica, si possa sapere tutto ciò che si vuole a proposito di un determinato fenomeno. In meccanica quantistica, *poiché non si può sapere tutto*, è importante determinare *che cosa* si vuole conoscere e che strumento di misura usare. Definita la domanda che ci si vuole porre, ad esempio quale sia la posizione di una particella, si può effettuare il processo di misura.

In meccanica quantistica *non esiste conoscenza dello stato di una entità al di fuori di una misurazione*. Prima della misura il valore di una grandezza *non esiste*: si può parlare di tale valore solo in seguito all'effettuazione di una misura.

Alcuni calcoli sulla indeterminazione

In meccanica quantistica l'*indeterminazione* indica il livello di imprecisione di una misura e si applica non ad una singola grandezza (come la posizione), ma a coppie di grandezze "complementari". Sono complementari, ad esempio, la posizione e la quantità di moto (che corrisponde alla massa per la velocità). Tanto più precisa è la misura di una grandezza, tanto meno lo sarà la misura della grandezza complementare.

Il "quanto" minimo di indeterminazione (la costante di Planck) è il prodotto della indeterminazione di una grandezza per quella dell'altra grandezza, ed indica il livello minimo di imprecisione di una misura. Il

suo valore, espresso in chilogrammi per metri al secondo (l'unità di misura della quantità di moto) per metri (l'unità di misura della posizione), è rappresentato da uno diviso un numero che si può scrivere come “1” seguito da trentaquattro zeri.

Nel caso di un oggetto di un chilo di peso, ad una indeterminazione della posizione di un milionesimo di miliardesimo di millimetro corrisponderebbe una indeterminazione della velocità dell'ordine del milionesimo di miliardesimo di millimetro al secondo.



1 chilogrammo



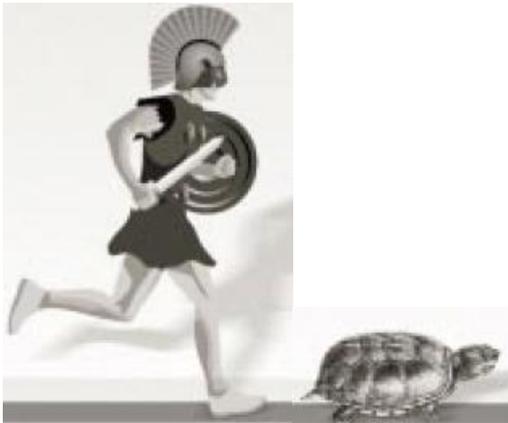
$1/1000.000.000.000.000.000$ millimetri

È evidente che una indeterminazione di questo genere non ha alcun interesse pratico se si devono misurare metri, o millimetri, o anche millesimi di millimetro.

Quando Achille raggiunge la tartaruga

Che cosa succede, però, quando Achille sta per raggiungere la tartaruga? La distanza tra i due, inizialmente di dieci metri, diventa rapidamente, già nella narrazione di Borges, di un decimo di millimetro, e poi di un miliardesimo di millimetro (bastano altri otto intervalli), e poi di un milionesimo di miliardesimo di millimetro. In breve, dopo poche decine di intervalli ci ritroviamo ad avere a che fare con dimensioni in cui la meccanica quantistica entra decisamente in gioco.

Adottando la concezione della meccanica quantistica, Achille e la tartaruga non sono oggetti che possiamo rappresentarci con esattezza, ma semplicemente delle entità su cui possiamo effettuare delle misurazioni.



Ad un certo punto la distanza tra i due diventa così piccola che *non ha più senso effettuare una misura*: l'indeterminazione sarebbe eccessivamente elevata. La situazione non cambierebbe neppure considerando tutti gli intervalli successivi: ogni intervallo, infatti, è maggiore della somma di tutti quelli che lo seguono.

Il punto fondamentale di questo ragionamento non è l'effettiva fattibilità della misura: la misura non ha senso *neppure da un punto di vista teorico*. L'indeterminazione è una proprietà intrinseca alla natura di qualsiasi entità che vogliamo misurare.

Se adottiamo la concezione secondo cui una teoria scientifica non deve darci un'immagine del mondo, ma serve soltanto ad incrementare la nostra conoscenza, affermare che una entità, ad esempio un intervallo, non può essere misurata *neppure da un punto di vista teorico* vuol dire che dobbiamo evitare di comprenderla nella nostra visione del mondo, vuol dire che *non esiste*.

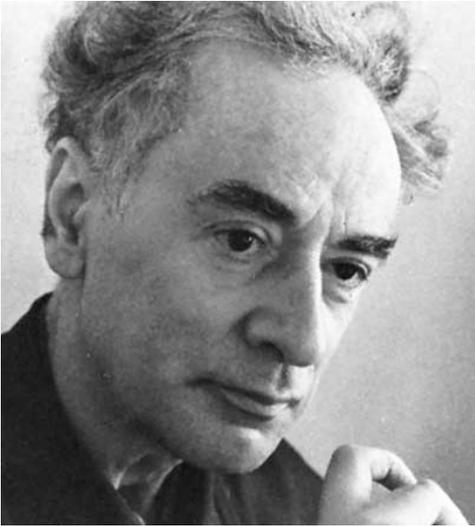
Dopo breve tempo la distanza tra Achille e la tartaruga *non esiste più*: si può affermare che alla fine l'inseguitore ha raggiunto il suo obiettivo.

Zenone aveva ragione

Anche se Achille raggiunge la tartaruga, questo non significa che Zenone avesse torto. Il suo obiettivo era dimostrare che non esiste il movimento. La meccanica quantistica fa una affermazione molto simile. Ricorriamo alle parole del fisico russo Lev Landau (1918-1968), premio Nobel nel 1962, che nel primo capitolo del volume "Meccanica quantistica" del suo corso di fisica teorica dice testualmente:

"Nella meccanica quantistica il concetto di traiettoria della particella non esiste, ciò che trova sua espressione nel cosiddetto principio di

indeterminazione, uno dei principi basilari della meccanica quantistica, scoperto da W. Heisenberg nel 1927”.



Lev Landau

L'indeterminazione prevista dalla meccanica quantistica ha rilevanza solamente nel mondo subatomico, a causa del valore molto piccolo del quanto di indeterminazione. La sua validità, però, è del tutto generale, e può portare a ripensare la nostra concezione del mondo. Non è necessario pensare che, là fuori, ci siano delle entità che “esistono” e si comportano in maniera determinata. Non è necessario pensare che “esista” il movimento; l'importante è che possiamo effettuare delle misure e prevederne il risultato. L'esempio di Achille e la tartaruga rappresenta un caso in cui questa concezione ci aiuta ad uscire da un vicolo cieco.

Il sorite

Il mucchio

Il paradosso del sorite (o “mucchio”, secondo il significato del termine greco “sorites”) afferma che nulla si può trasformare: un girino non può diventare una rana, un mucchio di grano rimane tale anche se ridotto ad un solo chicco, un mendicante non può in alcun modo diventare ricco.

La versione più antica di questo paradosso risale al filosofo greco Ebulide di Mileto, vissuto attorno al 350 avanti Cristo. Secondo Ebulide, se da un mucchio di grano si sottrae un chicco, si può con sicurezza affermare che quello che rimane è ancora un mucchio. Lo stesso ragionamento si può applicare per un secondo chicco, e così via, fino ad arrivare all'ultimo chicco.



Si giunge quindi alla conclusione che un solo chicco di grano rappresenta un mucchio, il che è evidentemente assurdo. Ne consegue, secondo Ebulide, l'impossibilità del discorso scientifico.

Il mendicante

Un'altra versione di questo paradosso prende in considerazione un povero che chiede la carità ad un passante, augurandosi di ricevere tanti soldi da diventare ricco.

Il passante, però, gli dice che questo suo sogno è irrealizzabile. Se infatti il povero ottiene un soldo, non diventerà di certo ricco. Se ottiene un altro soldo, ugualmente non si potrà dire che è ricco. Questo ragionamento si può applicare all'infinito e si può concludere che il povero non diventerà mai ricco.



Il girino

Una versione moderna del paradosso è da attribuire a James Cargile, dell'Università della Virginia. In una pozza d'acqua si trova un girino, che viene filmato fino a quando diventa una rana. Se si esaminano in successione i fotogrammi del filmato, si può convenire che la differenza tra ogni fotogramma ed il successivo è minima, e consiste nell'accrescimento di un numero limitato di cellule.

Sembra quindi impossibile che ciò che in un fotogramma è un "girino", nel fotogramma successivo sia diventato una "rana". Applicando ripetutamente questo ragionamento si giunge alla conclusione che il girino non potrà mai diventare una rana.



Che cosa è un “mucchio”?

La chiave di questo paradosso risiede nel concetto di “mucchio” (e nei concetti di “ricchezza” e “rana”). La concezione che abitualmente usiamo (riconducibile al filosofo greco Platone) assume che le idee, ad esempio l’idea di “mucchio”, abbiano una origine innata ed *esistano indipendentemente da noi*. Una cosa che vediamo, quindi, o è un mucchio o è qualcosa di diverso, indipendentemente da ciò che noi percepiamo.

Se si utilizza questa concezione, il paradosso del sorite è irrisolvibile. Se una entità si trasforma in un’altra entità, completamente distinta dalla prima, si deve essere in grado di individuare il momento esatto in cui questa trasformazione avviene. Ma qual è il momento in cui un mucchio cessa di essere tale? Il fatto che non si possa individuare con precisione questo evento rende “impossibile” la trasformazione.

I concetti

Un diverso approccio permette di fare a meno dell'esistenza di idee e concetti astratti ed ha come precursore lo scienziato e filosofo austriaco Ernst Mach (1838-1916). Secondo questa linea di pensiero i concetti non sono altro che il frutto di una operazione riassuntiva che ci permette di catalogare un gran numero di percezioni simili. L'idea di cerchio, ad esempio, è una nostra creazione mentale per raggruppare tutti gli oggetti circolari che abbiamo percepito. L'idea di mucchio, allo stesso modo, è una nostra creazione mentale che serve a raggruppare tutte le esperienze sensoriali in cui ci siamo trovati di fronte ad una moltitudine di oggetti.



Ernst Mach

Poiché i concetti astratti sono nostre creazioni mentali, non abbiamo nessuna garanzia che un nostro concetto sia identico ad un concetto

elaborato da altre persone: la mia idea di cerchio, o di mucchio, può essere diversa da quella di un'altra persona.

I giudizi

Quando diciamo che una cosa "è" una determinata entità, ad esempio che l'animale che abbiamo di fronte è una rana, implicitamente pensiamo che *esistano delle categorie oggettive ed indiscutibili*, a cui possiamo assegnare ciò che percepiamo.

Se abbandoniamo questa concezione, le cose possono essere affrontate da un punto di vista completamente diverso: dire che ciò che percepiamo è una determinata entità, ad esempio che ciò che vediamo è un mucchio o che l'animale che abbiamo di fronte è una rana, non è altro che *un giudizio*, con il quale confrontiamo con un nostro personale concetto quello che percepiamo.

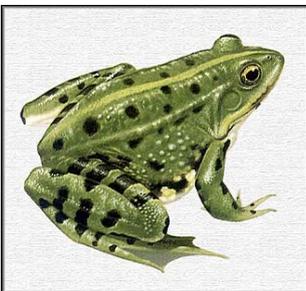
I giudizi sono, per loro natura, *soggettivi ed imprecisi*. La soggettività dei giudizi è palese quando affermiamo, ad esempio, che un determinato oggetto è "bello" o "brutto", ma *può essere estesa ad ogni nostro giudizio*. I giudizi, inoltre, sono intrinsecamente imprecisi, esattamente come le misure della meccanica quantistica; non si può ottenere una precisione assoluta. Se ci chiediamo quanto è lunga una sbarretta di metallo o quanto pesa una mela, non possiamo darci una risposta *del tutto* precisa, come si è visto nel primo capitolo; questa affermazione è valida anche se ci chiediamo se una persona è "alta" o "bassa", o se ciò che vediamo è una "rana" o un "girino".

Quando il girino diventa rana

Se guardiamo la successione di fotogrammi che riprendono il girino che sta per diventare una rana, ad un certo momento il nostro giudizio cambia. La nostra decisione, però, è per sua natura soggettiva, perché la nostra stessa idea di “rana” è soggettiva.

È chiaro che nella grande maggioranza dei casi vi è concordanza tra un giudizio espresso da diverse persone; quasi sempre la situazione è tale che *non si può non concordare*, ad esempio, sul fatto che il girino è diventato una rana. Vi sono però circostanze in cui due diverse persone (o la stessa persona in diversi momenti o circostanze) possono esprimere, in maniera del tutto ragionevole, giudizi diversi. *Non può esistere un criterio del tutto oggettivo su cui fondare il giudizio.*

Questa intrinseca soggettività non potrebbe essere eliminata neppure adottando una definizione di “rana” particolarmente dettagliata, ad esempio specificando il numero minimo di cellule necessarie perché una entità possa essere considerata una “rana”.



Ci si limiterebbe, infatti, a spostare il problema: come trovare un criterio oggettivo su ciò che può essere definito una “cellula”? Vi sono innumerevoli istanti in cui una cellula si sta formando, ed il problema è

esattamente identico al precedente; anche affermare che si è formata una nuova cellula è *un giudizio*.



L'uscita dal paradosso

Utilizzando il nostro comune modo di pensare, abbiamo a che fare con qualcosa che *deve* essere o una “rana” o un “girino”. Come si trasformi da una entità all'altra non è chiaro; la nostra ragione rifiuta l'idea che l'accrescimento di un numero limitato di cellule possa provocare questo cambiamento.

Nella nuova concezione, invece, percepiamo qualcosa che possiamo chiamare “rana” o “girino” *in base ad una nostra personale decisione*. Il fatto che il momento in cui il nostro giudizio cambia non sia determinabile con precisione è una inevitabile conseguenza della intrinseca imprecisione dei giudizi. L'esempio della rana che si trasforma in girino, come quello del mucchio o del mendicante, perde così ogni aspetto paradossale.

Una rana è una rana

Tutti i giudizi sono soggettivi, ma gli uomini riescono a trovare l'accordo sulla stragrande maggioranza delle affermazioni. Come è possibile? La risposta è che *nel mondo sono presenti innumerevoli regolarità*. Nella maggior parte dei casi persone diverse non possono fare a meno di giudicare in maniera simile.

Ciò che una persona chiama una “rana”, quasi sempre sarà una “rana” anche per chiunque altro. Lo stadio del suo sviluppo in cui potrebbero essere ragionevolmente espressi giudizi diversi è molto breve. Allo stesso modo, è probabile che diverse persone concordino sul fatto che un insieme di semi è un “mucchio”, o che una persona è “ricca”.

La concordanza dei giudizi è una caratteristica molto importante delle relazioni tra le persone, ma non deve trarci in inganno. I giudizi non possono essere del tutto oggettivi; se lo pensassimo, non riusciremmo a districarci da questo tipo di paradossi.

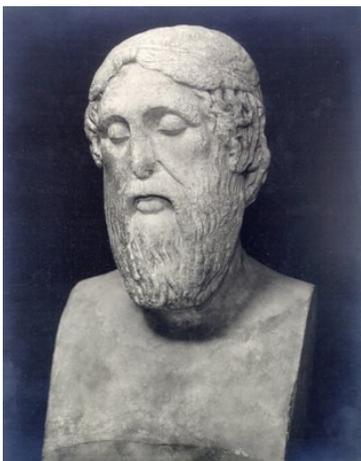
Il cretese mentitore

Io mento

Il paradosso del mentitore, come il paradosso del sorite, è noto in molte formulazioni diverse. Una delle più conosciute si trova nella “Lettera a Tito” di San Paolo, che cita un verso del poeta cretese Epimenide:

“Del resto uno di loro, proprio un loro profeta, ha detto: “I Cretesi sono sempre bugiardi, male bestie, ventri pigri”. E tale testimonianza è verace”.

San Paolo non sembra cogliere l’evidente paradosso: Epimenide è cretese e, quindi, ciò che dice deve essere falso; ma se Epimenide mente, la sua affermazione diventa vera.



Epimenide di Knosso

Una formulazione molto più semplice, nota come *pseudomenos*, si limita ad affermare “Sto mentendo”, ma è chiaro che si possono costruire infinite varianti (come la frase “questa affermazione non è vera”).

Il paradosso è stato commentato da quasi tutti i filosofi dell’antichità, a cominciare da Aristotele. Si dice che il logico Fileta di Cos, che visse attorno al 300 avanti Cristo, sia morto per la frustrazione causata dalla sua incapacità di risolvere il problema.

Il coccodrillo pietoso

Un paradosso che può essere ricondotto a quello del mentitore racconta di un coccodrillo che ha catturato un bambino e sta per mangiarlo. La madre implora il coccodrillo di salvare il suo bambino, e questi dice che non mangerà il bambino se la madre indovinerà le sue azioni. Se invece la madre non indovinasse, mangerà il bambino.



La madre, piangendo disperata, afferma “*tu mangerai il mio bambino*”. A questo punto il coccodrillo non può più mangiare il bambino: se lo facesse la madre avrebbe detto la verità, e quindi il bambino dovrebbe essere salvo. Il coccodrillo, però, non può nemmeno evitare di mangiare il bambino: se si comportasse così la madre avrebbe mentito, e il coccodrillo ha detto che se la madre mente il bambino viene mangiato.

Il barbiere

Un altro paradosso che può essere ricondotto a quello del mentitore è stato proposto dal matematico e filosofo Bertrand Russell (1872-1970) nel 1918.

In un villaggio c'è un solo barbiere, ben sbarbato, che rade tutti e soli gli uomini del villaggio che non si radono da soli. Chi fa la barba al barbiere?



Il barbiere, se si rade da solo, viola la condizione secondo la quale il barbiere rade solamente quelli che non si radono da soli. Viceversa, se non si rade, viola la condizione secondo la quale il barbiere rade tutti coloro che non si radono da soli.

La struttura dei paradossi dell'autoreferenza

I tre paradossi hanno una struttura comune: una parte del loro enunciato si riferisce in modo contraddittorio all'altra parte. Tutti i paradossi di questo genere possono essere ricavati partendo da una frase contraddittoria ma non misteriosa:

“Io faccio una cosa se non la faccio”

Nel caso del paradosso del coccodrillo, la frase può essere formulata in questo modo:

“Io mangio il bambino se non lo mangio”

Sostituendo *“se non lo mangio”* con l'equivalente *“se dici che lo mangio e dici il falso”* (che ha un riferimento alla prima parte della frase), si ottiene la minaccia del coccodrillo:

“Io mangio il bambino se dici che lo mangio e dici il falso”

La struttura del paradosso del barbiere è analoga. Dire:

“Io rado soltanto chi non si rade”

equivale a dire:

“Se mi rado da solo non mi posso radere”

Nel caso del paradosso del mentitore, che dice “*io mento*”, si deve considerare una condizione implicita. Ognuno sostiene implicitamente la validità di quanto sta affermando. Aggiungendo questa condizione si ottiene:

“*Io mento e dico la verità*”

Un giudizio preciso

Anche in questo caso, inutile dirlo, la spiegazione non ci soddisfa. La frase “*io mento*” è vera o falsa? Per uscire da questo vicolo cieco possiamo ritornare alle considerazioni dello scorso capitolo.

Noi siamo abituati a pensare che i concetti di “vero” e di “falso” esistano indipendentemente da noi e *siano applicabili con esattezza*. Una frase, quindi, *deve* essere vera o falsa e una persona *deve* mentire o dire la verità, indipendentemente dal nostro pensiero. Se invece adottiamo la concezione introdotta nel capitolo dedicato al sorite, non vi sono cose “vere” e cose “false”, ma semplicemente entità su cui possiamo esprimere un giudizio soggettivo.

Per renderci conto della soggettività di questo tipo di giudizi, possiamo chiederci che cosa significhi *esattamente* “mentire”. Abituamente si dice che una persona “mente” se afferma il contrario di ciò che sa essere vero. Ma che cosa significa “sapere” che qualcosa è vero? Talvolta sono necessarie estenuanti discussioni per determinare se una persona ha effettivamente mentito. Potrebbe darsi che in cuor suo questa persona pensasse che l’informazione in suo possesso fosse falsa. Potrebbe darsi

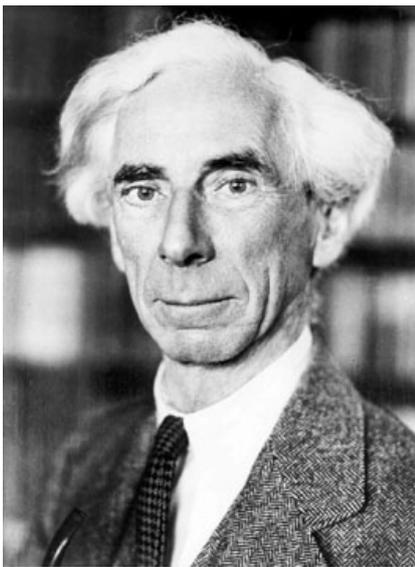
che non si rendesse conto di mentire. Potrebbe semplicemente essersi espressa male.

Se si afferma che una persona sta mentendo non si fa altro che esprimere un giudizio, che per sua natura non può che essere impreciso e soggettivo. Anche nel caso del mentitore il giudizio non può avere un livello di precisione elevato. Non possiamo esprimere sulla frase “*io mento*” un giudizio di verità o di falsità che possa essere accettato senza riserve da noi stessi o dagli altri, come invece potrebbe essere un giudizio sulla frase “*due più due fa quattro*”. Non si può richiedere che la frase “*io mento*” sia totalmente vera o totalmente falsa.

Apparentemente la frase “*io mento*” è così semplice e definita che ci sembra ovvio poter esprimere un giudizio preciso. In realtà non è così, ma questo rappresenta soltanto una bizzarria e non un enigma inesplicabile.

L'impatto sulle teorie matematiche

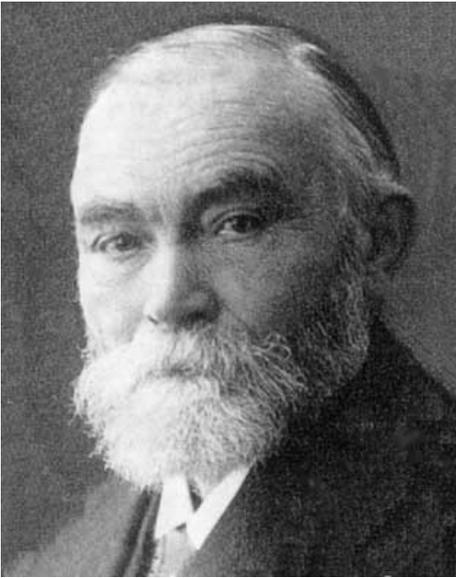
Questo capitolo non sarebbe completo se non si accennasse all'impatto matematico di questo genere di paradossi. Il paradosso del barbiere, proposto da Bertrand Russell, è la versione semplificata di un altro paradosso dello stesso Russell (proposto nel 1901) che chiedeva se l'insieme di tutti gli insiemi che non contengono sé stessi fosse, a sua volta, un elemento di sé stesso.



Bertrand Russell

Se si risponde positivamente a questa domanda si va incontro ad una contraddizione, per la definizione costitutiva di questo insieme secondo la quale esso non può contenere sé stesso. Ma anche se si risponde in maniera negativa si va incontro ad una contraddizione: se questo insieme non contiene sé stesso, allora dovrebbe fare parte di sé.

Il paradosso dell'insieme degli insiemi che non contengono sé stessi colpì profondamente Gottlob Frege (1848-1925), il fondatore della logica moderna.



Gottlob Frege

Frege ricevette una lettera da Russell che gli proponeva il paradosso mentre il suo libro “I principi dell’Aritmetica” stava per andare in stampa. Frege aggiunse al libro una appendice che inizia con le seguenti parole:

“Difficilmente uno scienziato può incappare in qualcosa di più spiacevole che vedere le fondamenta crollare appena il lavoro è terminato. Sono stato messo in questa condizione da una lettera di Bertrand Russell”.

Il filosofo americano Willard V. Quine (1908-2000) osservò che il paradosso dell'insieme degli insiemi che non contengono sé stessi ci porta

a mettere in discussione il principio di astrazione. Per specificare un insieme di solito si definisce una condizione necessaria e sufficiente per appartenervi. L'insieme così definito potrebbe ovviamente essere vuoto (ad esempio, "l'insieme di tutti i numeri pari che finiscono con la cifra 1"), ma non si riesce ad immaginare che tale insieme possa non esistere per nulla, come avviene in questo caso.



Willard V. Quine

Questo paradosso, infine, è strettamente imparentato con il teorema sulla incompletezza delle teorie assiomatiche del logico austriaco Kurt Goedel (1906-1978), che rivoluzionò la logica matematica del XX secolo. Questo argomento è piuttosto complesso e verrà trattato nell'Appendice.

Il gatto quantistico

Un gatto fuori dall'ordinario

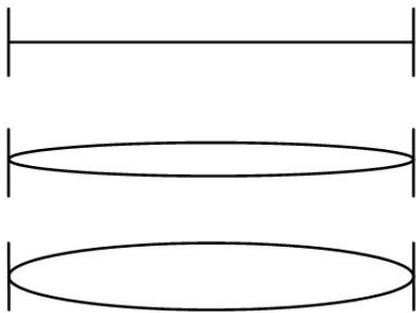
Il paradosso del “Gatto di Schroedinger” venne proposto nel 1935 da Erwin Schroedinger (1887-1961), uno dei fondatori della meccanica quantistica. Secondo questa teoria gli oggetti non possono essere descritti con precisione, con conseguenze paradossali: una particella si può trovare in più di un posto contemporaneamente, un elettrone può passare attraverso barriere invalicabili.

Tutti questi effetti, però, sono confinati al mondo microscopico: nella realtà di tutti i giorni non percepiamo nulla di simile. Nel caso del paradosso di Schroedinger, invece, la m.q. sembra applicarsi ad un gatto “quantistico”, invadendo il campo delle normali esperienze. Per risolvere questo paradosso dobbiamo applicare il paradigma quantistico anche all'esperienza quotidiana.

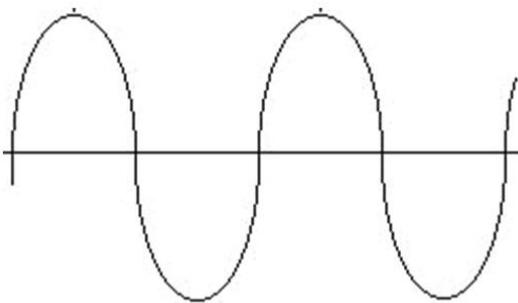


Le onde e l'interferenza

Per comprendere i fenomeni quantistici serve una parentesi sui fenomeni ondulatori, come le vibrazioni che si producono in una corda tesa quando viene pizzicata.



Le onde che si formano sulle corde di uno strumento come il violino si trasmettono all'aria che le diffonde sotto forma di onde sonore.



La lunghezza d'onda caratterizza l'altezza del suono; minore la lunghezza d'onda, più acuto il suono. Il violino, le cui corde sono corte, produce un suono di tonalità più alta rispetto al contrabbasso.

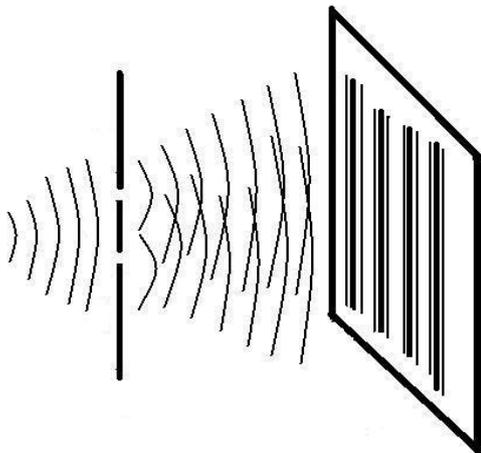
Anche la propagazione della luce rientra nel campo della teoria ondulatoria; la luce è composta da onde elettromagnetiche. In questo caso la lunghezza d'onda determina il colore della luce; la radiazione con lunghezza d'onda maggiore (poco meno di un millesimo di millimetro) ha

colore rosso, quella con lunghezza d'onda minore (circa mezzo millesimo di millimetro) violetto. La normale luce atmosferica, la luce "bianca", è composta dall'insieme della luce di tutti i colori, in cui può essere scomposta. Un esempio di scomposizione naturale della luce è l'arcobaleno, nel quale sono identificabili tutte le lunghezze d'onda visibili; la luce rossa si trova ad una estremità, la luce violetta all'estremità opposta.

Gli esperimenti di laboratorio confermano la natura ondulatoria della luce; ad esempio i raggi luminosi possono fare osservare fenomeni di diffrazione ed interferenza. Se si fa passare un raggio di luce attraverso uno stretto forellino e si raccoglie la luce sullo schermo, si osserva una macchia luminosa con i bordi colorati (la figura di diffrazione), spiegabile dalla teoria ondulatoria.

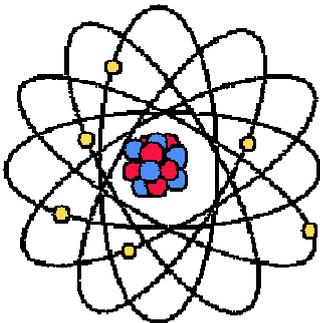
Per rilevare l'interferenza si fanno passare raggi luminosi attraverso un cartone con due sottili fenditure; chiudendo prima l'una e poi l'altra si osservano due figure di diffrazione. Mantenendole invece tutte e due aperte non si osserva la sovrapposizione delle due figure di diffrazione, come ci si aspetterebbe, ma una successione di frange scure e luminose - la figura di interferenza, che può essere spiegata con la teoria ondulatoria. Nei vari punti dello schermo la luce proveniente da ciascuna delle due fenditure percorre una distanza diversa; nella posizione centrale il percorso è identico per i due raggi luminosi, spostandosi verso l'una o l'altra delle fenditure il percorso del raggio proveniente dalla fenditura più vicina è più breve rispetto a quello del raggio che viene dalla fenditura più lontana.

Se la differenza di percorso è uguale alla lunghezza d'onda della radiazione (o ad un suo multiplo) i due raggi luminosi si trovano entrambi nella parte "alta" o nella parte "bassa" dell'onda, per cui si sovrappongono e si osserva una luminosità elevata. Se invece la differenza di percorso corrisponde a metà della lunghezza d'onda (o ad un suo multiplo più un mezzo) la parte "alta" di un raggio viene ad incontrarsi con la parte "bassa" dell'altro raggio, per cui i due raggi si annullano a vicenda e si osserva una frangia scura.



L'interferenza degli elettroni

Le particelle studiate dalla meccanica quantistica sono di dimensioni infinitesimali, come l'elettrone. L'elettrone è uno dei componenti dell'atomo (il più piccolo componente della materia), assieme a protone e neutrone. Nella rappresentazione più comune l'atomo è costituito da un certo numero di neutroni, elettricamente neutri, da un certo numero di protoni, caratterizzati da carica elettrica positiva, e da un numero uguale di elettroni, caratterizzati da carica negativa e che percorrono orbite esterne.



Il numero di elettroni di un atomo lo individua univocamente. Gli atomi di idrogeno hanno un solo elettrone, gli atomi di elio due elettroni, e così via. L'elemento naturale con il maggior numero di elettroni (92) è l'uranio.

L'elettrone è normalmente rappresentato come una particella, caratterizzata da una massa e da una carica elettrica. Questo modello dell'elettrone è sfruttato in numerose applicazioni pratiche, come ad esempio i raggi catodici.

In alcuni esperimenti, però, l'elettrone si comporta in maniera sorprendente: se ad esempio si modifica l'esperimento delle due fenditure,

sostituendo alla sorgente di luce una sorgente di elettroni ed allo schermo un rivelatore di particelle, *si osserva una figura di interferenza* (una successione di zone colpite da molte particelle e di zone colpite da pochissime particelle). In questo esperimento gli elettroni *sembrano comportarsi come onde*.

L'onda di probabilità

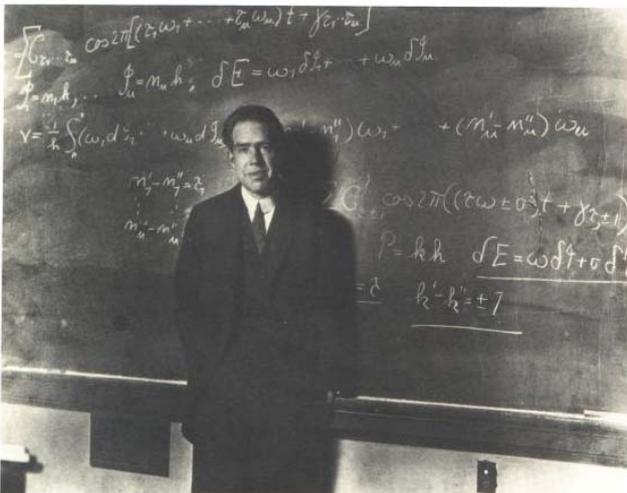
La meccanica quantistica permette di spiegare l'interferenza degli elettroni *associando loro delle onde*. L'onda che descrive l'elettrone, però, non è un'onda ordinaria, ma *un'onda di probabilità*. Ogni particella è descritta da una funzione d'onda che indica la probabilità che essa si trovi in una determinata posizione.

L'interferenza tra gli elettroni si verifica perché *una certa quota di probabilità* di un elettrone passa da una fenditura ed *un'altra quota di probabilità* passa dall'altra fenditura. L'elettrone *passa da entrambe le fenditure*.

L'aspetto più curioso è che non ci si può chiedere da quale fenditura sia passato un elettrone. Se mettessimo un contatore di elettroni su una delle due fenditure sapremmo con esattezza se un elettrone è passato da una fenditura o dall'altra, ma allo stesso tempo *il fenomeno di interferenza scomparirebbe*.

L'interpretazione di Copenhagen

Le formule della meccanica quantistica sono molto precise nel prevedere i risultati degli esperimenti, ma la loro interpretazione è controversa. L'interpretazione che abbiamo descritto è la più diffusa; è detta "interpretazione di Copenhagen" dalla città di Niels Bohr (1885-1962), che la propose nel 1927. In questa interpretazione il concetto di "processo di misura" è fondamentale. Prima di una misura, l'elettrone si trova in uno stato indefinito; possiamo soltanto calcolare la probabilità dei risultati che la misura potrà dare. Il processo di misura richiede una interazione tra lo strumento e l'elettrone, per cui è possibile che dopo la misura lo stato del sistema sia diverso.



Niels Bohr

Nel caso dell'esperimento delle due fenditure, l'elettrone si trova *in una mescolanza di stati*, il che genera l'interferenza. Per sapere a quale stato effettivamente appartenga (e quindi da che fenditura sia effettivamente

passato) dobbiamo effettuare una misura; possiamo, per esempio, mettere un rilevatore di particelle su ogni fenditura. La misura ci dice in quale dei due stati si trova l'elettrone (si dice che la misura fa *precipitare* lo stato); di conseguenza, dopo la misura non si potrà più osservare interferenza. Effettuando la misura abbiamo scoperto che una delle due onde non esiste, e quindi essa non può interagire con l'altra onda. Se invece non sappiamo quale delle due onde effettivamente esista, esse possono interagire tra loro.

Questa interpretazione ci costringe a ripensare il significato dei fenomeni fisici. Secondo l'interpretazione di Copenhagen, un fenomeno non è tale fino a che non viene osservato. Se non misuriamo la posizione dell'elettrone, non possiamo sapere da quale fenditura passi e anzi *questa è una domanda priva di senso*. In questo modo possiamo concepire l'idea che l'elettrone passi contemporaneamente da entrambe le fenditure.

La carta nascosta

Immaginiamo che in una partita a carte il nostro avversario sia rimasto con una sola carta; dall'andamento dei turni di gioco precedenti sappiamo che questa carta può essere soltanto una Donna di picche o un Asso di cuori. Secondo il nostro normale modo di pensare, questa carta è *di fatto* una Donna di picche o un Asso di cuori. Quando la carta viene girata, ci limitiamo a prendere atto della situazione.

Se invece interpretiamo questo esempio con i criteri della meccanica quantistica, la carta *si trova in uno stato indefinito*, 50% Donna di picche

e 50% Asso di cuori. Solo quando giriamo la carta questa assume uno dei due valori possibili.



Non è facile adeguarsi a questo modo di pensare e non sorprende che molti fisici lo considerassero inaccettabile. Tra gli oppositori di questa concezione ci fu anche il più grande fisico del Novecento, Albert Einstein (1879-1955):

“Sembra difficile poter dare un’occhiata alle carte di Dio. Ma che Dio giochi a dadi come la attuale teoria quantistica gli richiede, è un fatto che non posso credere neppure per un solo momento.”

“Le teorie di Bohr mi interessano moltissimo, tuttavia non vorrei essere costretto ad abbandonare la causalità stretta senza difenderla più tenacemente di quanto abbia fatto finora. Trovo assolutamente intollerabile l’idea che un elettrone esposto a radiazione scelga di sua spontanea volontà la direzione del salto. In questo caso preferirei fare il croupier di casinò piuttosto che il fisico”.

La camera del gatto

In tutti gli esempi che abbiamo visto le bizzarrie della meccanica quantistica sono rimaste confinate al mondo dell'infinitamente piccolo; nel primo capitolo abbiamo anche calcolato a che dimensioni gli effetti quantistici entrano in gioco. Il paradosso proposto da Schroedinger, invece, sembra indicare che la meccanica quantistica può invadere il mondo macroscopico:

“Un gatto è posto all'interno di una camera d'acciaio assieme al seguente marchingegno: in un contatore Geiger c'è una piccola quantità di una sostanza radioattiva, tale che forse nell'intervallo di un'ora uno degli atomi decadrà, ma anche, con eguale probabilità, nessuno subirà questo processo; se questo accade il contatore genera una scarica e attraverso un relay libera un martello che frantuma un piccolo recipiente di vetro che contiene dell'acido prussico. Se l'intero sistema è rimasto isolato per un'ora, si può dire che il gatto è ancora vivo se nel frattempo nessun atomo ha subito un processo di decadimento. Il primo decadimento l'avrebbe avvelenato. La funzione d'onda del sistema completo esprimerà questo fatto per mezzo della combinazione di due termini che si riferiscono al gatto vivo o al gatto morto, due situazioni mescolate in parti uguali.”

Il decadimento di una sostanza radioattiva (l'emissione di una particella da parte di un nucleo atomico che si trasforma in un altro elemento) è un fenomeno regolato dai principi della meccanica quantistica. Fino a che non effettuiamo una misura, non possiamo sapere se il decadimento ha avuto luogo. Il nucleo della sostanza radioattiva si trova in una mescolanza di stati, nucleo decaduto e nucleo non-decaduto, e soltanto una misura può fare in modo che assuma uno di questi due stati.



Il meccanismo ideato da Schroedinger estende questa ambiguità al mondo macroscopico. Legando la sorte dell'atomo radioattivo a quella del gatto, si è costretti ad utilizzare il modello quantistico anche per quest'ultimo: fino a che non si effettua la misura (aprendo la camera d'acciaio), il gatto *non è nè vivo nè morto*: si trova in una mescolanza di stati. Il gatto va descritto da una funzione d'onda, che sarà una mescolanza dei due stati gatto-vivo e gatto-morto.

L'uscita dal paradosso

Il concetto di incertezza di stato sembra assurdo se esteso ad un gatto o ad un altro essere vivente. Il gatto *deve essere* o vivo o morto, non riusciamo ad ammettere un'altra possibilità, come invece richiede l'esempio di Schroedinger.

Per uscire da questo paradosso dobbiamo ancora una volta ripensare la nostra visione del mondo, come abbiamo fatto nel primo capitolo. Normalmente riteniamo che, al di fuori di noi, vi siano cose che *esistono* indipendentemente da noi; il gatto *esiste*, e questo implica che debba essere o vivo o morto.

Proviamo invece ad accettare completamente il paradigma dell'interpretazione di Copenhagen: quando un oggetto o un essere vivente non influenza i nostri sensi (in altri termini, non viene *misurato*) possiamo dire di *sapere* qualcosa su di esso? Fino a quando non apriamo la gabbia del gatto (il che equivale ad effettuare una *misura*) ha senso chiederci se sia vivo o morto? Rispondere negativamente a queste domande non ci porta a conseguenze assurde.

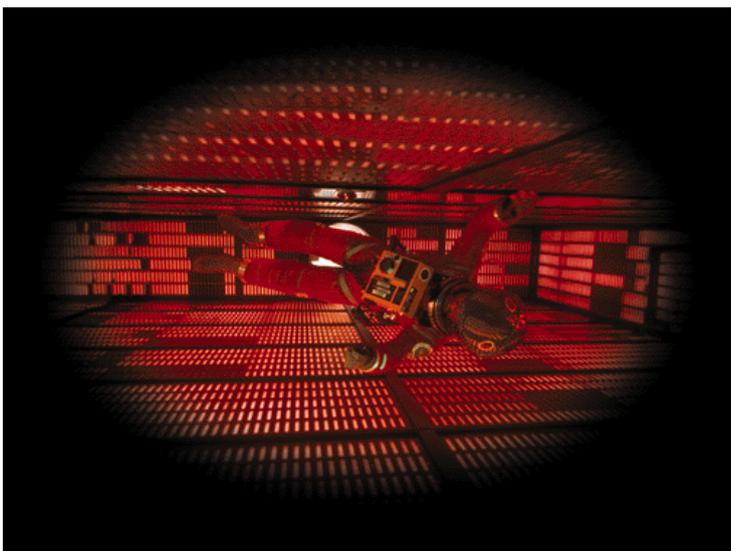
Le nostre concezioni non riflettono le cose come stanno là fuori, ma semplicemente *ci servono*, ci permettono di fare fronte all'ambiente naturale in cui ci troviamo. Chiederci come *siano* le cose là fuori indipendentemente da quanto possiamo osservare (chiederci se il gatto *sia* vivo o morto prima che la gabbia venga aperta) è privo di senso. Il paradosso del gatto può essere risolto soltanto attraverso questo cambio di prospettiva.

La stanza cinese

Hal il protagonista

Fino a dove può arrivare l'evoluzione dei calcolatori? Nel celebre film "2001 Odissea nello Spazio" di Stanley Kubrick uno dei principali protagonisti è il calcolatore Hal, che dialoga con i personaggi umani e sembra possedere sentimenti ed emozioni.

Il paradosso della "stanza cinese", proposto dal filosofo statunitense John Searle nel 1980, vuole invece dimostrare che un calcolatore, *qualunque cosa sia in grado di fare*, si comporta in modo completamente diverso da un essere umano. Secondo Searle, quindi, non si potrà mai dire che un calcolatore sia in grado di "pensare".

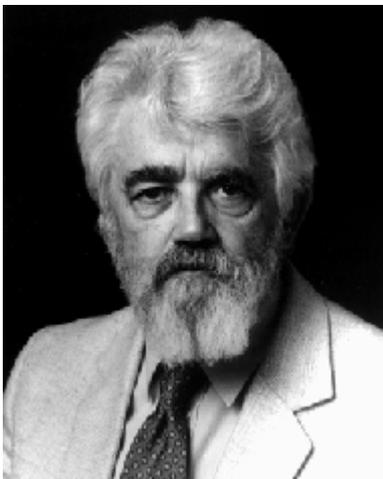


La macchina che pensa

Realizzare una macchina in grado di pensare è l'obiettivo finale della cosiddetta "Intelligenza Artificiale", una disciplina delle scienze cognitive. Pur avendo ottenuto indiscutibili successi, però, l'intelligenza artificiale è ancora molto lontana da questo sogno.

Secondo alcuni ricercatori, per raggiungere un livello paragonabile a quello dell'intelligenza umana sarà sufficiente continuare sulla strada attuale, costruendo grandi basi di dati e confidando nell'aumento della capacità di elaborazione dei calcolatori. A parere di altri ricercatori, invece, è necessario un ripensamento degli schemi utilizzati finora; l'intelligenza artificiale non potrà fare progressi decisivi fino a quando non nasceranno nuove idee fondamentali.

Secondo John McCarthy, uno dei padri di questa disciplina, la potenza di calcolo dei computer di 30 anni fa, migliaia di volte più lenti di quelli attuali, sarebbe già stata sufficiente per emulare l'intelligenza umana, se solo si fosse saputo come programmarli.



John McCarthy

Gli scacchi ed il gioco del go

La programmazione di macchine in grado di giocare a scacchi è stata il campo in cui l'intelligenza artificiale ha raggiunti più rapidamente buoni risultati. Per qualche tempo si è pensato, per usare le parole del ricercatore russo Alexander Kronrod, che gli scacchi potessero essere la *Drosophila* della intelligenza artificiale.



Le ricerche sulla riproduzione di questo insetto, infatti, hanno dato un impulso decisivo alle ricerche di genetica all'inizio del XX secolo. I rapidi risultati raggiunti nel gioco degli scacchi avevano fatto nascere la speranza che li si potessero estendere ad altri settori di ricerca.

Al giorno d'oggi le macchine dell'intelligenza artificiale riescono a giocare a scacchi meglio di qualsiasi giocatore umano, ma queste ricerche sono rimaste fine a sé stesse. Gli aspetti competitivi e commerciali hanno preso il sopravvento, e si sono organizzate con clamore sfide pubbliche tra computer e campioni del mondo. Secondo le parole di John McCarthy:

“Sarebbe come se gli studiosi di genetica del 1910 avessero organizzato gare tra gli insetti prodotti dalle loro ricerche e si fossero concentrati su questi aspetti per ottenere finanziamenti”

D'altra parte, gli scacchi potrebbero essere una delle poche attività in cui i meccanismi di cui ci è chiaro il funzionamento permettono di raggiungere buoni risultati. In altri giochi le macchine dell'intelligenza artificiale sono molto lontane dai livelli di un giocatore umano.



Nel gioco cinese del “Go”, un gioco di strategia basato sull’esame di posizioni e subposizioni di pedine sul campo, nonostante molti sforzi i programmi dell’intelligenza artificiale non hanno ottenuto risultati apprezzabili.

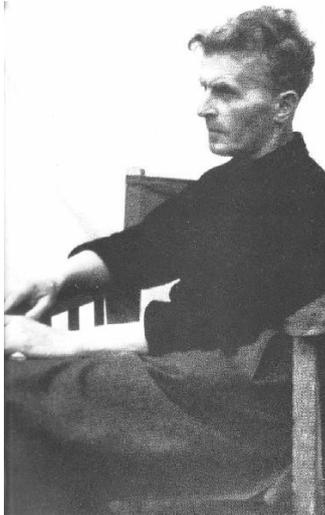


Il gioco del “Go” evidenzia quanto siamo ancora lontani dal comprendere i meccanismi intellettuali utilizzati dagli esseri umani per giocare.

Il linguaggio naturale

Per una macchina parlare il normale linguaggio umano è molto più difficile che giocare a scacchi. Una delle prime difficoltà è proprio la *comprensione* del linguaggio. Il primo studioso ad affrontare il problema del significato e della struttura del linguaggio umano è stato il filosofo austriaco Ludwig Wittgenstein, che nel *Tractatus Logico-Philosophicus* del 1918 scriveva:

“Il linguaggio comune è una parte dell’organismo umano, e non meno complicato di questo ... Le tacite intese per la comprensione del linguaggio comune sono enormemente complicate”



Ludwig Wittgenstein

In molti casi i programmi di intelligenza artificiale riescono effettivamente a rispondere a domande in modo coerente. Il loro approccio, però, è simile a quello adottato per il gioco degli scacchi; si utilizza la “forza bruta”, eseguendo un enorme numero di operazioni. Se

un essere umano utilizzasse la stessa tecnica, impiegherebbe un tempo molto alto per rispondere a delle domande.

La stanza cinese

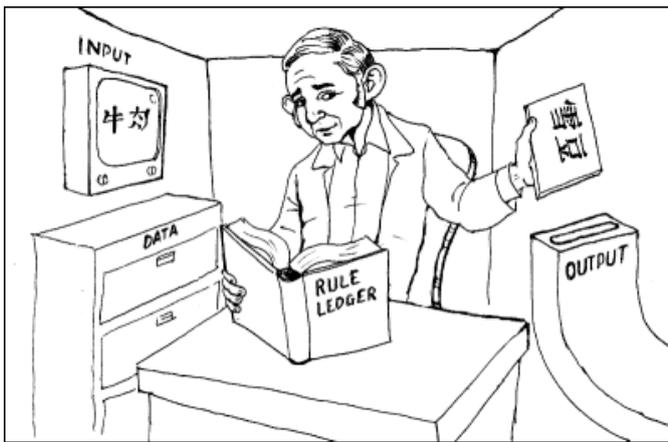
L'approccio del filosofo statunitense John Searle è ancora più radicale: secondo Searle è comunque impossibile che una macchina pensi. A questo scopo ha proposto nel 1980 il "Paradosso della stanza cinese".

Immaginiamo che una persona che non conosce il cinese sia chiusa in una stanza con una serie di regole, scritte nella sua lingua madre, per ordinare in una certa maniera i caratteri della lingua cinese. Queste regole, se eseguite scrupolosamente, permettono di rispondere in modo soddisfacente ad ogni possibile domanda. Nella stanza vengono introdotti dei fogli con domande scritte in cinese. Utilizzando le istruzioni scritte nella sua lingua, la persona che si trova nella stanza è in grado di compilare in cinese dei fogli con le risposte.



John Searle

Chi si trova al di fuori della stanza e vede le risposte correttamente formulate in cinese, immaginerà che all'interno della stanza si trovi una persona che conosce il cinese. Chi è dentro la stanza, però, sa benissimo di non conoscere il cinese.



Secondo Searle, quindi, se anche un giorno esisterà una macchina che ci dia l'impressione di essere in grado di pensare, intrattenendo una discussione con noi, non si potrà concludere che essa stia effettivamente pensando, perché non farà altro che eseguire una serie di operazioni guidate, esattamente come il finto cinese. A questa macchina mancherà comunque ciò che Searle chiama il “contenuto mentale”, un concetto simile a quello di “coscienza”.

Qualche obiezione

La “Stanza cinese” ha scatenato una quantità incredibile di commenti e di articoli, e ancora adesso è un argomento molto dibattuto nei newsgroups di Internet. Una delle principali osservazioni prende in esame il “sistema” composto dalla persona nella stanza e dalle istruzioni. A

conoscere il cinese non è la persona da sola, ma il sistema composto dalla persona e dalle istruzioni. A questa obiezione Searle ha ribattuto che, se ciò che è dentro la stanza non ha “contenuto mentale”, questo non può esserci nemmeno nell’elenco delle istruzioni.

Un’altra obiezione riguarda la velocità con cui la persona all’interno della stanza deve eseguire le istruzioni. Per rispondere correttamente alle domande, la quantità di regole da eseguire deve essere enorme. Esistono programmi di Intelligenza Artificiale che sono in grado di dialogare con una persona, sia pure in maniera molto limitata; per farlo, però, devono eseguire milioni di istruzioni elementari al secondo. Come ha scritto Steven Pinker, direttore del centro di scienze cognitive del MIT, “se incontrassimo una persona che sembrasse conversare intelligentemente in cinese, ma in realtà eseguisse in frazioni di secondo milioni di regole memorizzate, negheremmo che capisca il cinese? Non è tanto sicuro.”



Steven Pinker

La questione della velocità

La differenza tra la velocità con cui un uomo può eseguire delle operazioni e la velocità richiesta dall'esempio di Searle può cambiare i termini del problema. Secondo Patricia e Paul Churchland, l'argomento di Searle potrebbe essere usato contro la fondamentale teoria di Maxwell delle onde elettromagnetiche, secondo cui la luce consiste di onde elettromagnetiche. Un uomo che tiene in mano una calamita facendola oscillare crea radiazione elettromagnetica, ma non esce luce. Seguendo Searle si concluderebbe che la luce non è radiazione elettromagnetica, ma ciò che fa fallire l'esperimento è l'insufficiente velocità del movimento.

Il test di Turing

La risposta alla domanda “un calcolatore può pensare?” dipende da ciò che definiamo come “pensiero”. Nel 1950 il matematico Alan Turing (1912-1954), uno dei padri della Intelligenza Artificiale, ha proposto un criterio per rispondere a questa domanda.



Alan Turing

Secondo Turing, per essere chiamata intelligente una macchina deve essere in grado di far credere ad un osservatore esterno di essere una persona. L'interazione tra la macchina e l'osservatore può avvenire tramite una telescrivente o un dispositivo simile, per evitare la necessità di emulare la voce o l'aspetto umano.

Il criterio di Turing deriva da una affermazione di Cartesio (Renato Descartes, 1596-1650), che scrisse nel suo "Discorso sul metodo":

“Si può ben concepire che una macchina sia fatta in modo tale da proferire parole ... ma non si può immaginare che possa combinarle in modi diversi per rispondere al senso di tutto quel che si dice in sua presenza, come possono fare gli uomini, anche i più ottusi.”



Cartesio

Per superare il test di Turing, nell'interazione tra la macchina e l'osservatore non vi possono essere indizi di un comportamento diverso da quello che potrebbe avere una persona; anche investigando sulle emozioni o sui sentimenti di ciò che si ha di fronte non si deve capire che non è un

essere umano. La macchina deve emulare *completamente* il comportamento umano, includendo le emozioni, i sentimenti, la coscienza e tutto ciò che può caratterizzare una persona.

Discriminare le macchine?

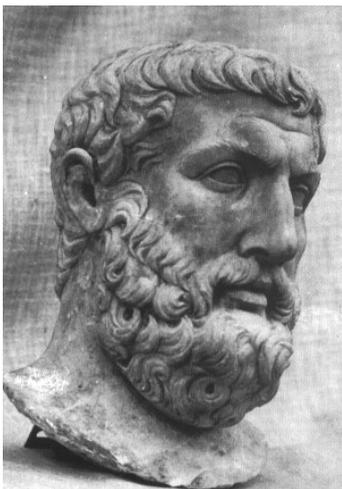
Questo obiettivo è ancora molto lontano, ma se fosse raggiunto potremmo negare che una macchina sia in grado di pensare? Searle pone l'accento sul modo in cui si ottiene un comportamento che si possa ritenere umano, ma non coglie un punto fondamentale: noi non sappiamo che cosa succede nella mente delle altre persone, come non sappiamo che cosa succede all'interno della stanza cinese. Per assurdo, non potremmo escludere che tutte le altre persone del mondo siano state sostituite da automi dall'aspetto umano in grado di superare il test di Turing, come in alcuni film di fantascienza. Se una macchina riesce a comportarsi *esattamente* come un altro uomo, non possiamo fare a meno di affermare che pensi, né più né meno di come affermiamo che gli altri uomini pensano. Se non adottassimo questo criterio, il paradosso del traduttore dal cinese resterebbe irrisolvibile

Appendice A: Gli altri paradossi di Zenone

Parmenide

Parmenide nacque ad Elea (l'odierna Velia in Campania, vicino a Capo Palinuro) attorno al 510 a.C. A quei tempi la Campania era stata colonizzata dai Greci e faceva parte della cosiddetta Magna Grecia. La città di Elea era stata fondata pochi anni prima dagli esuli della città di Focea, in Ionia.

Attorno al 470 a.C. Parmenide venne eletto alla carica di pritano, la più elevata nelle città focee, e scrisse la costituzione della città, che rimase famosa. Negli stessi anni completò il poema filosofico "Sulla natura", l'unica sua opera giunta fino a noi tramite diversi frammenti.



Parmenide di Elea

Secondo Platone, attorno al 450 a.C. ebbe un colloquio con Socrate, che ne fu profondamente influenzato. La data presunta della morte è il 435 a.C.

Parmenide è considerato uno dei più importanti filosofi presocratici; mentre le concezioni degli altri presocratici appaiono in qualche maniera arbitrarie e non motivate, la sua posizione è basata sul ragionamento e sulla discussione.

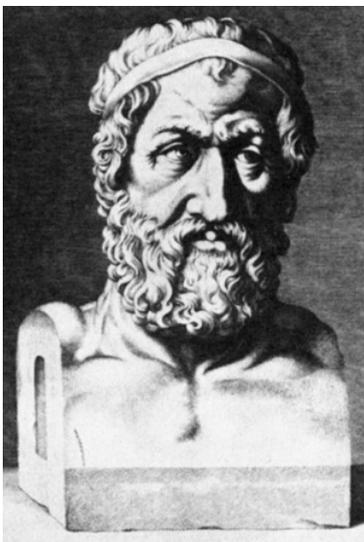
Parmenide considerava ingannevoli i sensi e riteneva la moltitudine delle cose sensibili una semplice illusione. Il solo vero essere è “l’Uno”, infinito ed invisibile. *L’Uno non può essere suddiviso*, perché è presente dovunque tutto intero.

Nel suo insegnamento ha estrema importanza la “strada della verità”. Secondo questa concezione, non si può sapere ciò che non è, nè esprimerlo. Ciò che è non può essere cominciato, nè terminato; ne consegue l’abolizione del *divenire* e del *dileguare*.

Zenone

Zenone nacque ad Elea nel 485 a.C., figlio di Teleutagora, amico di Parmenide. Secondo alcune fonti il padre e la madre vennero uccisi a causa di contrasti politici; Parmenide allora prese in casa il giovanissimo Zenone, adottandolo come figlio.

Attorno al 445 a.C. Zenone accompagnò il padre adottivo ad Atene, dove insegnò filosofia. In seguito tornò ad Elea e si unì a una cospirazione per liberare la città dal tiranno Nearco; quando il complotto venne scoperto, Zenone fu sottoposto a tortura e venne ucciso perché rifiutava di denunciare i suoi compagni.



Zenone di Elea

La concezione di Zenone ricalca quella di Parmenide. Sono rimasti pochi frammenti dei suoi scritti; la sua fama è legata soprattutto a quanto di lui scrive Aristotele, che lo considerava il padre della dialettica, intesa

come tecnica della discussione a partire dalle premesse ammesse dall'avversario.

Per sostenere la sua concezione, Zenone elaborò diversi paradossi, quasi tutti basati sulle *dimostrazioni per assurdo* (in cui si tenta di negare la validità di un'ipotesi; se questo porta a conseguenze assurde, si può ritenere valida l'ipotesi). I suoi paradossi più famosi vogliono affermare l'impossibilità del movimento e sono noti tramite la descrizione che ne fa Aristotele nella "Fisica"; essi sono:

- Achille e la tartaruga
- la *dicotomia*
- la *freccia*
- lo *stadio*

La dicotomia

Il paradosso della dicotomia sfrutta un meccanismo simile al paradosso di Achille per affermare l'impossibilità del movimento.

Immaginiamo di volere raggiungere la fine di una pista. Per riuscirci dobbiamo superare la metà della distanza, e poi la metà della distanza rimanente (un quarto del totale), e poi la metà della distanza che ancora rimane (un ottavo), e così via. In questo modo, conclude Zenone, non riusciremo mai a raggiungere il nostro punto di arrivo.

Da un punto di vista matematico il paradosso può essere affrontato con gli stessi strumenti utilizzati nella discussione sul paradosso di Achille. Sommando un mezzo ad un quarto, ad un ottavo, ad un sedicesimo e così via non si arriva all'unità. La somma

$1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, \dots$

è sempre inferiore ad uno. Arrivati all'elemento numero n , la somma sarà pari ad uno meno la frazione di ordine n . Arrivati ad esempio al terzo elemento, la somma sarà uguale a sette ottavi, pari ad uno meno un ottavo (un mezzo elevato alla terza), e così via.



Anche in questo caso, come nel paradosso di Achille, si può andare oltre alla constatazione matematica della convergenza di una serie infinita: gli intervalli presi in considerazione diminuiscono rapidamente fino a raggiungere dimensioni in cui entra in gioco la meccanica quantistica. Quando gli intervalli diventano così piccoli che la loro misura *non ha senso*, si può dire che la meta è stata raggiunta.

Aristotele critica il paradosso della dicotomia, come aveva fatto per il paradosso di Achille, sostenendo che il tempo e lo spazio sono divisibili all'infinito *in potenza*, ma non sono divisibili all'infinito *in atto*. Una distanza finita (che secondo Zenone non è percorribile perché divisibile in frazioni infinite) è infinita nella considerazione mentale, ma in concreto si comporta di parti finite e può essere percorsa.



Aristotele

La distinzione tra la divisibilità *in potenza* e la divisibilità *in atto* (pur importantissima nella filosofia di Aristotele) sembra piuttosto arbitraria, ma si può notare una somiglianza con l'argomento proposto nel primo capitolo. Se da un punto di vista matematico si può pensare di suddividere all'infinito una distanza, da un punto di vista fisico è impossibile dividerla al di là di un certo limite, oltre il quale la misura dell'intervallo non ha più senso.

La freccia

In questo paradosso si considera la traiettoria di una freccia lanciata da un arco. In ogni istante, la freccia occupa uno spazio uguale a sé stessa. Ma, se la freccia occupa uno spazio uguale a sé stessa, *in quell'istante* essa non può essere in movimento. Si deve quindi concludere che la freccia è immobile per tutto il tempo della sua traiettoria e che il movimento dovrebbe consistere in una serie di stati di quiete. Da queste considerazioni deriva, ancora una volta, l'impossibilità del movimento.

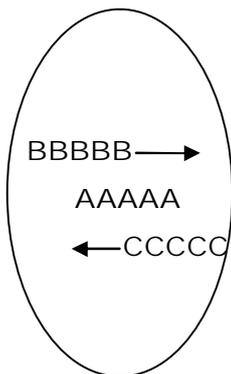


Aristotele critica il paradosso della freccia sostenendo che si fonda sull'erronea premessa che l'*istante* non abbia durata. Poiché un oggetto sia in quiete, esso deve rimanere nella stessa posizione per un periodo di tempo caratterizzato da una determinata durata. Una frazione di tempo, per quanto piccola, deve comunque avere una sua durata.

Lo stadio

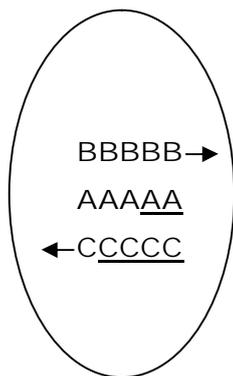
Il paradosso dello stadio è più articolato degli altri paradossi del movimento e la sua interpretazione è incerta.

In uno stadio si trovano tre file di corpi delle medesime dimensioni; una fila si trova al centro dello stadio, mentre le altre due si estendono dal centro dello stadio alle estremità, come indicato nella figura:



La fila centrale è ferma, mentre le altre due file si muovono con la medesima velocità verso la parete opposta dello stadio, la fila in alto verso destra, la fila in basso verso sinistra.

Quando il primo elemento della fila in alto avrà raggiunto l'ultimo elemento della fila centrale, esso avrà superato o raggiunto quattro elementi della fila in basso, ma soltanto due elementi della fila centrale.



Secondo Zenone il tempo necessario per superare un corpo della fila centrale o un corpo della fila in basso deve essere lo stesso, in quanto hanno la stessa lunghezza. Zenone conclude che il tempo necessario per superare due elementi della fila centrale è uguale al suo doppio, necessario per superare quattro elementi della fila inferiore. Poiché questo è impossibile, si deduce ancora una volta che il movimento è impossibile.

Aristotele critica correttamente l'assunzione di Zenone che un oggetto con una determinata velocità impieghi lo stesso tempo per superare un corpo di una determinata lunghezza, sia che si trovi in quiete o che si stia muovendo. Questa osservazione oggi può sembrare ovvia, ma implica il concetto di velocità relativa; la velocità relativa della prima fila rispetto alla fila centrale è diversa dalla velocità relativa rispetto alla fila inferiore.

La conseguenza di questa osservazione è che la velocità non deve essere considerata una proprietà intrinseca di un oggetto, come fa lo stesso Aristotele nei suoi libri di fisica, ma è relativa ad un altro oggetto rispetto

al quale viene misurata. Aristotele evidenziò il punto in cui la dimostrazione di Zenone è scorretta, ma non ne colse appieno le implicazioni. Il concetto di velocità relativa non sarà completamente chiarito fino al XVII secolo.

Appendice B: Il teorema di Goedel

La vita di Kurt Goedel

Kurt Goedel nacque nel 1906 a Brunn, in Moravia, allora parte dell'impero Austriaco ed ora (con il nome "Brno") nella Repubblica Ceca. Nella sua città natale completò brillantemente gli studi secondari e nel 1924 si iscrisse all'università di Vienna, frequentata anche dal fratello maggiore Rudolf.

A Vienna Goedel seguì corsi di fisica e di filosofia ed incontrò la futura moglie Adele. Iniziò ad occuparsi di logica matematica dopo avere assistito ad un seminario condotto da Moritz Schlick, il fondatore del Circolo di Vienna (un gruppo di filosofi che diede origine al neopositivismo). Goedel ottenne il titolo di dottore nel 1930 e pubblicò diversi articoli di logica matematica, tra cui, nel 1931, il famoso scritto in cui presentava il teorema di incompletezza. Questo articolo ebbe un fortissimo impatto su tutta la logica matematica moderna.



Kurt Goedel

Nel 1933 Goedel visitò per la prima volta gli Stati Uniti e conobbe Albert Einstein a Princeton, dove sarebbe ritornato diverse volte.



Kurt Goedel ed Albert Einstein

Nel 1936 l'uccisione di Moritz Schlick da parte dei nazisti gli procurò il primo dei suoi tanti esaurimenti nervosi. Nel gennaio del 1940, poco dopo l'inizio della seconda guerra mondiale, temendo di essere arruolato nell'esercito nazista, fuggì negli Stati Uniti con un viaggio avventuroso attraverso la Russia ed il Giappone.

Negli Stati Uniti continuò ad occuparsi di logica matematica, lavorando tra l'altro ad una rielaborazione della prova ontologica dell'esistenza di Dio di sant'Anselmo d'Aosta. Negli ultimi anni le sue psicosi peggiorarono; portava sempre una mascherina per proteggersi dai germi, puliva continuamente tutti gli utensili per mangiare e finì per rifiutare il cibo per paura di essere avvelenato. Kurt Goedel morì nel 1978 a Princeton.

Il programma di Hilbert

Uno dei più importanti risultati della matematica del XIX secolo è la teoria degli insiemi di Georg Cantor (1845-1918), che permise di chiarire il concetto di infinito. Diversi studiosi dell'epoca, tra cui Leopold Kronecker (1823-1891), non credevano però ai risultati di Cantor, non ritenendoli vera matematica. Secondo questi autori l'unico fondamento sicuro per la matematica erano i principi dell'aritmetica, la scienza che studia i numeri interi (o *numeri naturali*). Questa concezione era coerente con la filosofia di Immanuel Kant (1724-1804), che attribuiva all'aritmetica un ruolo privilegiato.



Georg Cantor

David Hilbert (1862-1943), uno dei più grandi matematici del XX secolo, vide nella logica matematica una via per risolvere le obiezioni sollevate da Kronecker. L'idea di Hilbert era di dimostrare la coerenza delle teorie matematiche usando solamente l'aritmetica, associando dei

numeri al linguaggio della teoria. Il cosiddetto “programma di Hilbert” prevedeva di aritmetizzare il linguaggio delle teorie matematiche e di dimostrare l’esistenza di una funzione aritmetica in grado di decidere la validità dei teoremi della teoria.



David Hilbert

Il programma di Hilbert (o “metamatematica”) mobilitò i matematici nei primi decenni del XX secolo, con l’obiettivo di giungere ad una completa formalizzazione delle matematiche. Il teorema di Goedel inferse un colpo mortale a questo progetto, dimostrando che era irrealizzabile.

Il teorema di Goedel

Il famoso articolo di Goedel apparve sul numero 38 della “Rivista mensile di Matematica e Fisica” di Lipsia, nel 1931, con il titolo “Delle proposizioni formalmente indecidibili del “Principia Mathematica” e sistemi analoghi”. Il sistema formale preso ad esempio è quello sviluppato da Bertrand Russell ed Alfred Whitehead. Nell’articolo si dimostra che in questo tipo di sistemi formali esistono delle formule di cui non si può provare nè la verità nè la falsità. Tali sistemi sono quindi *incompleti*.



Alfred Whitehead

L’articolo occupa una ventina di pagine e riporta una dimostrazione molto dettagliata, ma la sua prima sezione presenta la prova nelle linee essenziali e può essere utilizzata per comprendere l’argomento.

L’approccio di Goedel alla metamatematica consiste nell’associare ai segni ed alle serie di segni che appaiono in una formula dei numeri naturali. Questo approccio ricorda quello di Cartesio, la cui geometria analitica permette di identificare ogni punto di un piano mediante l’uso di

coordinate. Goedel associa ad ogni segno fondamentale del sistema formale un numero primo, ed elabora un metodo per ricavare dall'insieme dei segni di una formula un "numero di Goedel" che la identifica univocamente.

Nella prima sezione dell'articolo si ipotizza di ordinare secondo il loro numero di Goedel tutte le formule con una sola variabile appartenenti ad un sistema formale del tipo dei "Principia Mathematica". Le formule (ad una variabile) che non possono essere provate ne rappresentano un sottoinsieme. E' possibile costruire una formula $S(n)$ (dove n rappresenta la variabile) che indica che *la formula il cui numero di Goedel è n appartiene al sottoinsieme delle formule non provabili*. Anche la formula S , però, ha un numero di Goedel, che indicheremo con q . La formula $S(q)$ non è nè provabile nè confutabile.

Come evidenzia lo stesso Goedel, la formula $S(q)$ afferma di non essere essa stessa provabile, e quindi rappresenta la trasposizione matematica della frase "Io mento". Se $S(q)$ fosse vera, q rappresenterebbe il numero di Goedel di una formula non provabile, il che comporterebbe la falsità di $S(q)$ stessa. Se $S(q)$ fosse falsa, q rappresenterebbe il numero di Goedel di una formula provabile, il che comporterebbe la verità di $S(q)$.

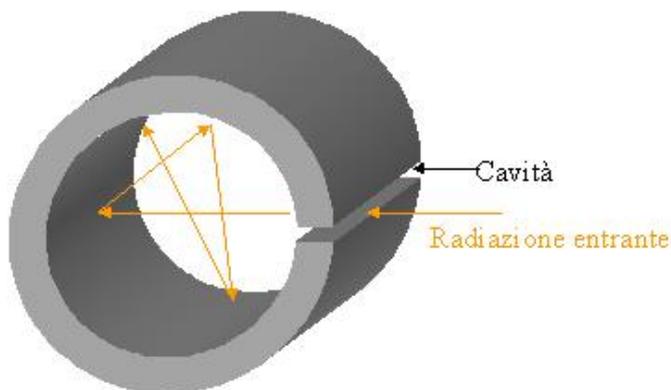
Appendice C: I protagonisti della meccanica quantistica

La nascita della meccanica quantistica

Tra la fine del XIX secolo e l'inizio del XX secolo i fisici si resero conto dell'esistenza di alcuni fenomeni che non era possibile inquadrare nello schema delle leggi classiche. I più importanti erano l'emissione di radiazioni da parte di un *corpo nero* (una cavità con pareti riflettenti ed un piccolo foro) e da parte del gas di atomi di idrogeno.

Il corpo nero

Un “corpo nero” ha la proprietà di assorbire tutte le radiazioni che lo colpiscono.



Secondo un teorema termodinamico dimostrato da Gustav Kirchoff (1824-1887), per un corpo in equilibrio termico il rapporto tra l'energia

emessa e l'energia assorbita è una funzione universale che dipende dalla temperatura e dalla frequenza della radiazione.



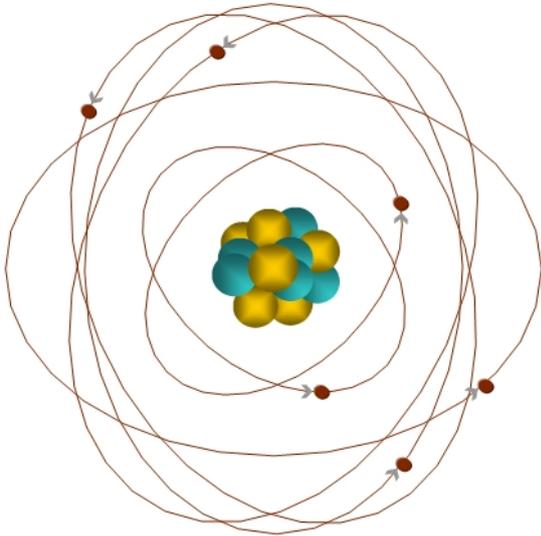
Gustav Kirchoff

Si può quindi partire dallo studio dell'energia emessa da un corpo nero per ricavare la funzione universale. Utilizzando l'impostazione classica, l'energia emessa da un corpo nero può essere calcolata con la legge di Boltzmann (1844-1906) e dovrebbe costantemente aumentare all'aumentare della frequenza. Gli esperimenti, invece, hanno verificato che l'energia cresce solo fino ad un determinato valore della frequenza, per poi diminuire.

L'emissione degli atomi di idrogeno

Le teorie classiche portano a risultati incompatibili con gli esperimenti anche nello studio della emissione di radiazioni dell'idrogeno. Gli esperimenti di Ernest Rutherford (1871-1937), realizzati attorno al 1910, avevano portato ad un modello dell'atomo costituito da un nucleo e da

uno o più elettroni immersi nel suo campo elettrico, che gli girano attorno come i pianeti attorno al sole.



Applicando le leggi della meccanica e della elettrodinamica classica a questo modello, l'elettrone dell'atomo di idrogeno dovrebbe irraggiare onde elettromagnetiche di frequenza uguale alla sua frequenza di rivoluzione orbitale. Questo porterebbe ad una rapida diminuzione dell'orbita dell'elettrone, causando il collasso dell'atomo. La frequenza della radiazione emessa, inoltre, dovrebbe diminuire con continuità.

Gli atomi di idrogeno, invece, sono caratterizzati da una emissione di righe a frequenze rigorosamente costanti (detta *spettro*).



Le due soluzioni del problema

Attorno al 1925 vennero elaborati in maniera del tutto indipendente due modelli teorici che risolvevano questi problemi. La prima soluzione, dovuta ad Erwin Schroedinger, è già stata sostanzialmente descritta nei capitoli precedenti. L'elettrone, come ogni altra particella, può essere associato ad un'onda di probabilità; per questo motivo si può trovare soltanto in una di quelle orbite *la cui estensione è pari alla sua lunghezza d'onda oppure ad un suo multiplo*.

L'emissione di radiazione avviene quando l'elettrone passa da una di queste orbite ad un'altra, e questo spiega che nel suo spettro siano presenti solo determinate frequenze.

Allo stesso modo, nel caso del corpo nero, gli atomi che lo compongono possono trovarsi solo in determinati livelli energetici e possono emettere energia solo in certe condizioni. Per questo motivo l'emissione di energia del corpo nero diminuisce al di là di una certa frequenza.

La seconda soluzione, sviluppata da Werner Heisenberg, è formulata nel linguaggio delle matrici e prende il nome di "meccanica delle matrici" (le matrici sono delle tabelle con un certo numero di righe e di colonne, su cui si possono effettuare operazioni matematiche).

Le due teorie portano agli stessi risultati, nonostante il diverso formalismo matematico. L'equivalenza delle due teorie fu dimostrata anni dopo grazie alle ricerche dello stesso Schroedinger e di Paul Dirac (1902-1984).

Heisenberg

Werner Heisenberg nacque nel 1901 a Wurzburg, in Baviera. Nel 1920 si iscrisse all'università di Monaco, dedicandosi alla fisica teorica con il professor Arnold Sommerfeld (1868-1951), che riconobbe immediatamente il suo talento. Nel 1923 ottenne il dottorato, completando gli esami in soli tre anni, e nel 1927 fu nominato professore di fisica teorica a Leipzig, diventando il più giovane professore universitario in Germania.

Heisenberg intraprese lo studio della fisica teorica proprio nel periodo in cui stava nascendo la meccanica quantistica, inserendosi subito nel dibattito scientifico. Nel 1925 presentò la sua teoria della meccanica quantistica, la “meccanica delle matrici”. Questa teoria ebbe difficoltà ad imporsi, perché molto difficile dal punto di vista matematico. Nel 1926 Schroedinger presentò la sua teoria “ondulatoria”, più semplice ed intuitiva, che incontrò maggiore favore presso la comunità dei fisici.



Werner Heisenberg

Nel 1926 Heisenberg si trasferì a Copenhagen per lavorare come assistente di Niels Bohr. Le relazioni di indeterminazione che resero famoso il suo nome vennero ricavate nel febbraio del 1927. Le implicazioni di queste relazioni erano molto profonde, e furono una delle componenti essenziali della cosiddetta interpretazione di Copenhagen della meccanica quantistica.

Nel 1933, a soli 32 anni, Heisenberg ottenne il premio Nobel. Con l'avvento al potere dei nazisti, nel 1933, iniziarono in Germania gli attacchi verso la moderna fisica teorica, che comprendeva la teoria della relatività e la meccanica quantistica, chiamata "fisica ebraica". Heisenberg venne internato in un campo di concentramento e sottoposto per un anno e mezzo ad una spaventosa indagine della Gestapo. Scagionato da ogni accusa, decise di rimanere comunque in Germania.

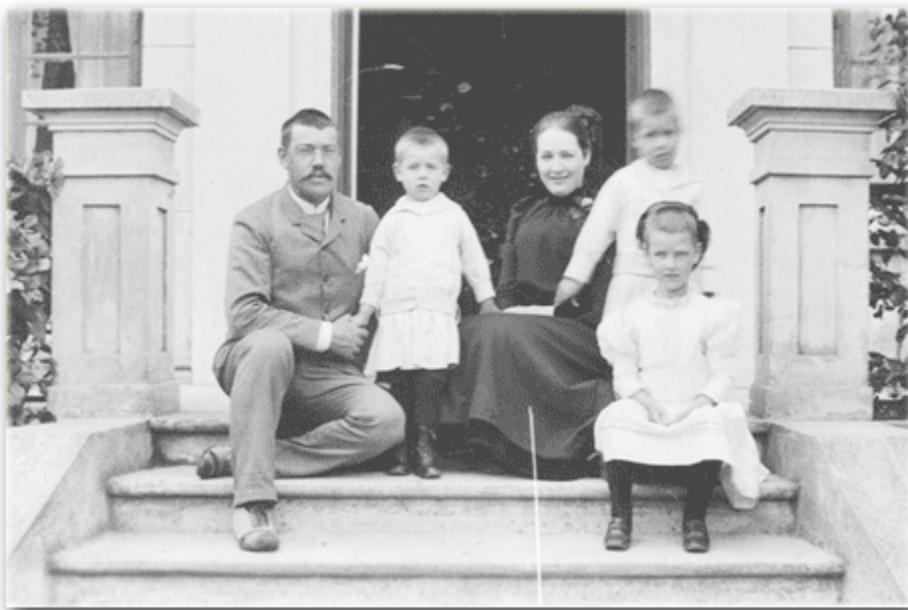
Nel 1939, allo scoppio della seconda guerra mondiale, Heisenberg divenne il capo di un progetto per l'utilizzo dell'energia atomica a scopi bellici. Il suo ruolo in questo periodo è oggetto di interpretazioni controverse; secondo alcuni Heisenberg partecipò al progetto per sabotarlo, come confermerebbero gli scarsissimi risultati ottenuti, mentre l'analogo progetto statunitense giunse rapidamente alla costruzione della bomba atomica. Secondo altri, invece, le difficoltà del progetto erano dovute alla scarsa inclinazione di Heisenberg per gli aspetti pratici ed alla sua incapacità di rilevare gli errori commessi in fase iniziale.

Alla fine della seconda guerra mondiale, Heisenberg e gli altri scienziati atomici tedeschi vennero internati per sei mesi in una grande proprietà terriera vicino a Cambridge, in Inghilterra. Dopo il rilascio dalla prigionia,

Heisenberg si dedicò alla ricostruzione della ricerca scientifica nella Repubblica Federale Tedesca, battendosi contro il divieto imposto dagli Alleati ad ogni ricerca sulla fissione nucleare. In seguito divenne il capo della commissione politico-scientifica del CERN, l'organizzazione europea per la ricerca nucleare, e pubblicò una monografia dal titolo "Fisica e filosofia". Morì nel 1976.

Bohr

Niels Bohr nacque a Copenhagen nel 1885 e studiò presso la locale università, laureandosi nel 1911.



Niels Bohr bambino (ultimo a dx) con la sua famiglia

Dopo la laurea fu uno dei primi ospiti del laboratorio di Manchester, diretto da Ernest Rutherford, dove pose le basi del modello "planetario" dell'atomo di idrogeno.

Nel 1920 divenne direttore dell'Istituto di fisica teorica di Copenhagen, che rappresentò il centro propulsore per lo sviluppo della meccanica quantistica. Il suo nome è legato in particolare alla "interpretazione di Copenhagen" della meccanica quantistica, con la quale sviluppò l'intuizione di Max Born (1882-1970) secondo la quale la funzione d'onda di un sistema quantistico rappresenta la probabilità che una misura lo rilevi in un determinato punto. Bohr presentò questa interpretazione alla fine del 1927 in una conferenza tenuta in Italia, sul lago di Como.

Durante la seconda guerra mondiale fuggì dalla Danimarca occupata dai nazisti per rifugiarsi negli Stati Uniti. Nel 1941, poco prima di partire, ricevette una misteriosa visita del suo ex allievo Werner Heisenberg, ai tempi a capo del progetto tedesco per la costruzione della bomba atomica. Gli storici hanno elaborato diverse ipotesi su questo incontro, che guastò profondamente i rapporti tra i due scienziati. Secondo alcuni Heisenberg voleva rassicurare il suo maestro, oppositore del regime nazista, sul fatto che la bomba atomica non avrebbe potuto essere realizzata.

Negli Stati Uniti collaborò al progetto della prima bomba atomica, senza però prendervi parte attiva. Si oppose al mantenimento del segreto sul progetto, temendo le conseguenze degli sviluppi della nuova arma, per la quale riteneva necessario un controllo a livello internazionale.

Al termine della guerra ritornò a Copenhagen, dove si impegnò per promuovere lo sfruttamento pacifico dell'energia atomica e morì nel 1962.

Il nome di Bohr è legato, oltre che alla interpretazione di Copenhagen, al principio di "complementarità". Bohr fece notare che tutti gli esperimenti necessari per determinare gli aspetti corpuscolari e gli aspetti ondulatori

dei processi fisici (come nel caso della interferenza degli elettroni) risultano di fatto impossibili da realizzare. L'aspetto ondulatorio e l'aspetto corpuscolare della materia sono quindi "complementari", ed è impossibile avere accesso nello stesso tempo ad entrambi.

Bohr propose questa idea come un paradigma generale, anche al di fuori dell'ambito dei processi microscopici. Secondo la sua concezione la natura è misteriosa ed estremamente ricca di sfaccettature; a noi è concesso cogliere solamente alcuni aspetti di questa complessa realtà, ed i procedimenti necessari per avere accesso ad una delle facce del reale sono incompatibili con quelli necessari per accedere ad altri aspetti. Per accertare se dei microrganismi sono vivi od inerti, ad esempio, inevitabilmente li si uccide, rendendo impossibile accertare altre proprietà.

Schroedinger

Erwin Schroedinger nacque a Vienna nel 1887. Nel 1906 si iscrisse alla facoltà di Fisica dell'università di Vienna, dove si laureò nel 1910. Nel 1914 ottenne il titolo di "Privatdozent", ma venne richiamato alle armi allo scoppio della prima guerra mondiale: Al termine del conflitto fu nominato professore di fisica teorica presso l'università di Zurigo, dove sviluppò la teoria ondulatoria della meccanica quantistica.

Nel 1927 Schroedinger fu chiamato a succedere a Max Planck sulla prestigiosa cattedra di fisica teorica di Berlino ma, quando i nazisti salirono al potere nel 1933, abbandonò la Germania per riparare ad

Oxford in Inghilterra e successivamente ritornare in Austria, a Graz. Nel 1938, quando Hitler annesse l'Austria, si dichiarò a favore dell'invasione, ma venne comunque epurato perché "politicamente inaffidabile" e dovette rifugiarsi a Dublino.



Erwin Schroedinger

Dopo la guerra, Schroedinger attese per ritornare in Austria la conclusione del trattato di pace, che fu firmato solo nel 1955. Nel 1956 fu finalmente nominato professore presso l'università di Vienna. Morì nel 1961.

Schroedinger raggiunse la fama grazie alla teoria ondulatoria della meccanica quantistica, ed ottenne il premio Nobel nel 1933. Fu un personaggio eccentrico e molto diretto nei giudizi; è rimasta famosa la sua stroncatura della complementarità di Bohr:

“Quando non si capisce una cosa, si inventa un nuovo termine e si crede di averla capita”

Secondo Schroedinger, che fu sempre molto critico nei confronti dell'interpretazione di Copenhagen, non si poteva liquidare il problema di che cosa accada ad un elettrone nel corso di un esperimento affermando che si tratta di una domanda priva di senso. Su questo punto la sua posizione era simile a quella di Einstein.

In tempi in cui un abbigliamento formale era di rigore, Schroedinger si presentava ai congressi in maglietta e con lo zaino. Le sue vicende familiari furono a dir poco movimentate: pur essendo sposato, ebbe tre figlie da tre donne diverse, nessuna delle quali era la moglie. Costituì una famiglia a quattro con la moglie, la prima figlia e la madre di lei; rifiutò un posto all'università di Princeton perché negli Stati Uniti non avrebbe potuto vivere apertamente in bigamia.

Schroedinger ammirava i mistici ed era un seguace della filosofia idealista del Vedanta. I suoi interessi non erano limitati alla fisica, ma spaziavano alla biologia, alla cosmologia, alla filosofia. Nel suo libro "Che cosa è la vita" tentò di delineare una spiegazione fisica dei meccanismi riproduttivi degli esseri viventi.

In "Mente e materia" Schroedinger affrontò il problema della coscienza, che riteneva sintomo di una evoluzione incompleta. Secondo Schroedinger l'uomo si sta trasformando da essere individualista in un superiore essere sociale, e a trasformazione avvenuta diventerà parte di un organismo che non richiederà più la sua partecipazione cosciente (come avviene ad esempio per le formiche e le api).

Negli anni 40 Schroedinger lavorò alla grande unificazione della fisica, in grado di inglobare la meccanica quantistica e la teoria della relatività

generale. Raggiunse una formulazione che presentò con grande clamore, attirandosi dure critiche da Einstein quando la nuova teoria si rivelò del tutto inadeguata.

L'interpretazione del paradosso del gatto

Il paradosso del gatto fu presentato da Schroedinger per dimostrare che l'interpretazione di Copenhagen della meccanica quantistica comportava conseguenze inaccettabili. Non ottenne però questo scopo, e la maggioranza dei fisici continuò a seguire l'inquadramento concettuale di Bohr.

Paradossalmente, al giorno d'oggi l'esempio del gatto viene visto non come un non senso insostenibile, ma come una eccellente illustrazione degli aspetti peculiari della meccanica quantistica; lo si può persino considerare, come in questo libro, la dimostrazione della opportunità di utilizzare gli schemi concettuali dell'interpretazione di Bohr anche al di fuori della fisica delle particelle.

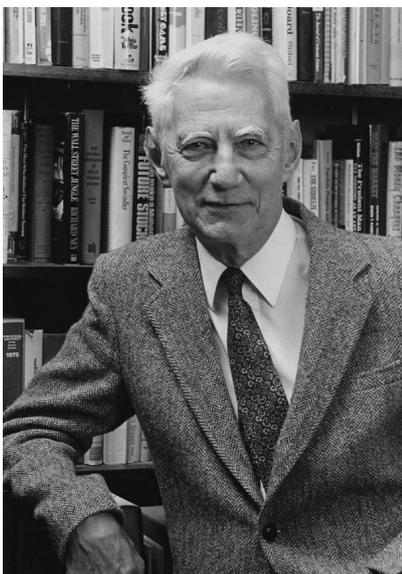


Appendice D: L'intelligenza artificiale

La nascita dell'intelligenza artificiale

L'intelligenza artificiale ha come obiettivo la creazione di macchine in grado di emulare l'intelligenza umana (intesa come la capacità degli esseri umani di raggiungere determinati scopi tramite il pensiero).

Di solito si considera come atto di nascita dell'intelligenza artificiale una conferenza che il matematico inglese Alan Turing (1912-1954) tenne nel 1947. Il nome "Intelligenza Artificiale" fu coniato nel 1956 in una conferenza tenuta a Dartmouth, negli Stati Uniti, per iniziativa di Marvin Minsky, Nathaniel Rochester, Claude Shannon e John McCarthy. In questa conferenza venne mostrato un programma, sviluppato da Allen Newell, J. Clifford Shaw e Herb Simon, in grado di dimostrare teoremi matematici in modo automatico.



Claude Shannon

I meccanismi della mente umana

Le macchine prodotte dagli studiosi dell'intelligenza artificiale sono quasi sempre realizzate utilizzando dei computer appositamente programmati. Non sempre queste macchine imitano i meccanismi della mente umana; a volte i ricercatori utilizzano metodi che prevedono calcoli ben al di là delle capacità umane.

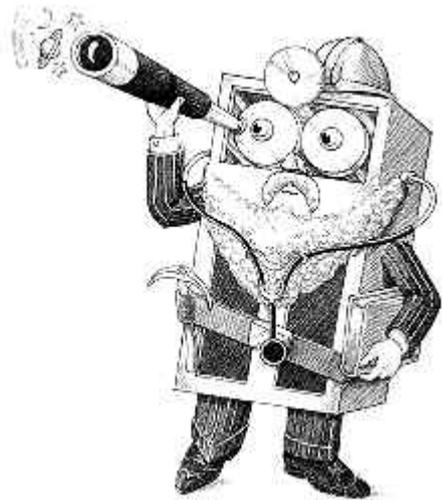
I programmi che giocano a scacchi sono uno caso evidente. Un computer che gioca a scacchi è in grado di battere qualsiasi grande maestro, ma usa una strategia completamente diversa da quella umana. Questi programmi utilizzano ciò che si può definire “forza bruta”: esaminano un enorme numero di combinazioni che si possono originare da una mossa, ma sono privi dell'intuizione che può avere un giocatore umano.

Per battere un campione del mondo un calcolatore deve essere in grado di calcolare centinaia di milioni di combinazioni al secondo. Se un giocatore umano utilizzasse gli stessi criteri seguiti da un calcolatore, giocherebbe molto peggio di quanto può fare abitualmente.



Le applicazioni dell'intelligenza artificiale

I giochi sono una delle applicazioni in cui l'intelligenza artificiale ha raggiunto i risultati più clamorosi; altri campi sono il riconoscimento vocale, la comprensione del linguaggio ordinario (il linguaggio che usiamo nella vita di tutti i giorni, molto diverso dai linguaggi con cui si programmano i calcolatori) ed i sistemi esperti.



L'obiettivo di questi sistemi è svolgere i compiti di un esperto in un determinato campo. Uno dei primi fu Mycin, realizzato negli anni 70 presso l'università di Stanford, in grado di diagnosticare le infezioni batteriche del sangue. Questo programma era scritto in LISP ed era stato realizzato consultando i migliori esperti del settore. Le sue diagnosi erano più accurate di quelle degli stessi dottori (la validità di una diagnosi veniva verificata confrontandola con i risultati di una coltura batterica), ma per motivi legali non venne mai utilizzato su veri pazienti.

La stanza di Searle

Il paradosso della stanza cinese presuppone che esistano programmi capaci di superare i test di Cartesio (o di Turing). Al momento attuale nessun programma può superare questi test in maniera indiscutibile; Hal ed altri calcolatori inventati dalla fantascienza sono gli unici in grado di farlo.

Una delle prime difficoltà di questo test è la comprensione del linguaggio ordinario. In molti casi i programmi di intelligenza artificiale riescono effettivamente a rispondere a domande in modo coerente, ma il loro approccio è simile a quello adottato per il gioco degli scacchi; si utilizza la “forza bruta”, eseguendo un enorme numero di operazioni.

Se un essere umano utilizzasse la stessa tecnica, impiegherebbe un tempo pressoché infinito per rispondere a delle domande. La situazione descritta da Searle, quindi, è del tutto irrealizzabile allo stato attuale della conoscenza.

La fuzzy logic

Nella progettazione di sistemi esperti spesso si utilizza la fuzzy logic (o “logica sfumata”). In questo sistema logico le ipotesi non sono, di norma, completamente vere o completamente false, ma sono caratterizzate da un *grado di verità*. La fuzzy logic può essere vista come un'estensione della logica binaria a due valori (“vero” e “falso”) usata dai calcolatori.

Immaginiamo che un sistema esperto debba effettuare determinate operazioni basandosi sulla temperatura dell'acqua contenuta in un

recipiente. Se il criterio è che l'acqua stia "bollendo", la logica binaria è adeguata: l'acqua o bolle o non bolle. Se però il criterio è che l'acqua sia "calda" (ad esempio, si deve abbassare una fiamma se l'acqua è "calda"), il giudizio non può essere preciso. In un sistema fuzzy si può risolvere il problema attribuendo dei *gradi di appartenenza* alle classi dell'acqua "fredda", "tiepida", "calda".

Se l'acqua si trova a 25 gradi, ad esempio, si può dire che appartiene alla classe "fredda" con un grado di appartenenza di 0.8 e che appartiene alla classe "tiepida" con un grado di appartenenza di 0.4. Se l'acqua si trova a cinquanta gradi si può dire che appartiene alle classi "tiepida" e "calda" con gradi di appartenenza, rispettivamente, di 0.2 e 0.9.

Questo approccio è vantaggioso in molte applicazioni, ad esempio nei programmi di gestione di una lavastoviglie, che può ottimizzare i cicli di lavaggio utilizzando il computer che è integrato in tutti gli elettrodomestici moderni.

La nascita della fuzzy logic viene fatta risalire ad un articolo dello studioso statunitense Lotfi Zadeh pubblicato nel 1965, in cui si faceva l'esempio della classe degli animali.

Cani, cavalli, uccelli appartengono a questa classe, mentre chiaramente non vi appartengono le rocce o le piante. Le stelle marine o le spugne, invece, non possono essere facilmente assegnate ad una specifica classe.



Lofti Zadeh

Contrariamente a quanto si potrebbe pensare, la logica sfumata non è essa stessa intrinsecamente imprecisa, ma è una logica che permette di gestire l'imprecisione e di trattare più agevolmente l'incertezza del linguaggio naturale, aiutando le macchine a "ragionare" in modo più simile a quello umano.

Negli ultimi anni sono stati sviluppati diversi compilatori (gli strumenti che permettono di programmare i calcolatori usando un linguaggio di "alto livello", come il LISP, e non le istruzioni macchina dei computer) che facilitano la creazione di sistemi esperti basati sulla logica sfumata. Sono state realizzate molte applicazioni, in particolare nella gestione degli elettrodomestici. Sono in commercio televisori, videocamere, aspirapolvere, macchine fotografiche, fotocopiatrici che utilizzano la logica sfumata.

L'inferenza bayesiana

L'inferenza è il processo logico con cui da certe ipotesi si possono ricavare determinate conseguenze; per estensione viene chiamato inferenza anche il procedimento con il quale si cerca di prevedere nuovi fatti basandosi su fatti che conosciamo.

Prevedere le esperienze future è una delle più importanti capacità dell'intelletto umana ed uno degli obiettivi principali dell'intelligenza artificiale. Nella nostra vita effettuiamo continuamente previsioni basate sulle nostre esperienze; se tutti gli uccelli che vediamo volano, possiamo *inferire* che, se vedremo un altro uccello, anch'esso potrà volare.

Ovviamente i procedimenti di inferenza non sono sempre così semplici; possiamo imbatterci in uccelli che non possono volare, come i pinguini, e quindi può essere necessario calcolare la *probabilità* di un evento futuro, nel nostro esempio la probabilità che il prossimo uccello che vedremo sappia volare.

I sistemi esperti utilizzano regole di inferenza per effettuare previsioni attendibili. Ad esempio, basandosi sui comportamenti abituali di chi falsifica carte di credito, si può prevedere quali transazioni o richieste di emissione di nuove carte sono a rischio di frode. Per catalogare un testo o un sito Web senza doverlo esaminare interamente ci si può basare sulla frequenza con cui certe espressioni appaiono nelle prime pagine, prevedendo il contenuto delle pagine successive.

Alcune tecniche di inferenza sfruttano concetti e formule matematiche sviluppate dal reverendo Thomas Bayes (1702-1761).



Thomas Bayes

Bayes, noto per la sua abilità matematica, non pubblicò quasi nulla in vita, ma poco dopo la sua morte il suo amico Richard Price presentò alcuni suoi scritti alla Royal Society di Londra, proponendoli come una risposta alla filosofia scettica di David Hume (1711-1776). Hume aveva messo in discussione le basi teoriche della nostra conoscenza, ed affermava che non si poteva essere *sicuri* di nessun evento del futuro, nemmeno del fatto che domani il sole sorgerà.



David Hume

Le formule di Bayes, fatte alcune assunzioni di base, permettono di valutare con precisione la probabilità di un determinato evento, ad esempio del fatto che domani sorga il sole, basandosi sugli eventi passati, ad esempio sul numero di volte in cui abbiamo visto il sole sorgere. Questa probabilità è molto vicina ad uno e, secondo Price, questo rappresenta una prova della certezza del sorgere del sole.

L'approccio bayesiano è agli antipodi dell'approccio a priori, nel quale si ricavano le conseguenze partendo dai principi di base. L'inferenza bayesiana parte da un minimo di presupposti ed utilizza l'esperienza per accrescere la propria conoscenza. Questo modo di procedere può essere sfruttato con profitto dalle macchine dell'intelligenza artificiale.

Se in una roulette esce sempre il rosso, secondo il normale approccio teorico la probabilità che in una nuova estrazione esca il nero è del 50%. L'approccio bayesiano, invece, porta a concludere che con ogni probabilità la roulette è truccata.



Indice dei nomi

- Achille, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 13, 14, 15, 61, 62, 63
Anselmo d'Aosta, 69
Aristotele, 26, 60, 61, 63, 64, 65, 66
Bayes, 92, 94
Bohr, 41, 43, 79, 80, 81, 82, 83, 85
Boltzmann, 75
Borges, 3, 13
Born, 81
Cantor, 70
Cargile, 18
Cartesio, 56, 72, 89
Churchland, 55
Diogene, 5
Dirac, 77
Einstein, 43, 69, 84, 85
Epimenide, 25
Eubulide, 16
Fileta, 26
Frege, 33
Goedel, 34, 68, 69, 71, 72, 73
Hal, 47, 89
Heisenberg, 10, 15, 77, 78, 79, 81
Hilbert, 70, 71
Hume, 93
Kant, 70
Kirchoff, 74
Kronecker, 70
Kronrod, 49
Kubrick, 47
Landau, 14
Mach, 20
Maxwell, 55
McCarthy, 48, 49, 86
Minsky, 86
Mycin, 88
Nearco, 60
Newell, 86
Niels Bohr, 10, 41, 80
Parmenide, 3, 8, 58, 59, 60
Pinker, 54, 55
Planck, 11, 82
Platone, 19, 59
Price, 93
Quine, 33
Rochester, 86
Rorty, 9
Russell, 28, 32, 33, 72
Rutherford, 75, 80
San Paolo, 25
Schlick, 68, 69
Schroedinger, 9, 35, 44, 45, 46, 77, 78, 82, 83, 84, 85
Searle, 47, 52, 53, 54, 55, 57, 89
Shannon, 86
Shaw, 86
Simon, 86
Socrate, 59
Sommerfeld, 78
Teleutagora, 60
Turing, 55, 56, 57, 86, 89
Whitehead, 72
Wittgenstein, 9, 51
Zadeh, 90
Zenone, 3, 5, 6, 7, 8, 14, 60, 61, 62, 63, 66, 67

Sommario

INTRODUZIONE	2
ACHILLE E LA TARTARUGA	3
LA GARA.....	3
PRIME OVVIE CONFUTAZIONI.....	5
UN SECONDO CHE NON FINISCE.....	7
UNO SGUARDO MENO SUPERFICIALE.....	8
PARMENIDE E ZENONE.....	8
LO SPECCHIO DELLA NATURA	9
IL PROCESSO DI MISURA	11
ALCUNI CALCOLI SULLA INDETERMINAZIONE	11
QUANDO ACHILLE RAGGIUNGE LA TARTARUGA	13
ZENONE AVEVA RAGIONE	14
IL SORITE	16
IL MUCCHIO	16
IL MENDICANTE	17
IL GIRINO	18
CHE COSA È UN “MUCCHIO”?.....	19
I CONCETTI	20
I GIUDIZI	21
QUANDO IL GIRINO DIVENTA RANA.....	22
L’USCITA DAL PARADOSSO	23
UNA RANA È UNA RANA.....	24
IL CRETESE MENTITORE	25
IO MENTO	25
IL COCCODRILLO PIETOSO	27
IL BARBIERE.....	28
LA STRUTTURA DEI PARADOSSI DELL’AUTOREFERENZA	29
UN GIUDIZIO PRECISO	30
L’IMPATTO SULLE TEORIE MATEMATICHE.....	32
IL GATTO QUANTISTICO	35
UN GATTO FUORI DALL’ORDINARIO	35
LE ONDE E L’INTERFERENZA.....	36

L'INTERFERENZA DEGLI ELETTRONI.....	39
L'ONDA DI PROBABILITÀ.....	40
L'INTERPRETAZIONE DI COPENHAGEN.....	41
LA CARTA NASCOSTA.....	42
LA CAMERA DEL GATTO.....	44
L'USCITA DAL PARADOSSO	46
LA STANZA CINESE.....	47
HAL IL PROTAGONISTA	47
LA MACCHINA CHE PENSA.....	48
GLI SCACCHI ED IL GIOCO DEL GO	49
IL LINGUAGGIO NATURALE.....	51
LA STANZA CINESE.....	52
QUALCHE OBIEZIONE.....	53
LA QUESTIONE DELLA VELOCITÀ	55
IL TEST DI TURING	55
DISCRIMINARE LE MACCHINE?.....	57
APPENDICE A: GLI ALTRI PARADOSSI DI ZENONE	58
PARMENIDE	58
ZENONE	60
LA DICOTOMIA.....	62
LA FRECCIA	64
LO STADIO	65
APPENDICE B: IL TEOREMA DI GOEDEL.....	68
LA VITA DI KURT GOEDEL	68
IL PROGRAMMA DI HILBERT.....	70
IL TEOREMA DI GOEDEL.....	72
APPENDICE C: I PROTAGONISTI DELLA MECCANICA	
QUANTISTICA.....	74
LA NASCITA DELLA MECCANICA QUANTISTICA.....	74
IL CORPO NERO	74
L'EMISSIONE DEGLI ATOMI DI IDROGENO	75
LE DUE SOLUZIONI DEL PROBLEMA	77
HEISENBERG	78
BOHR.....	80
SCHROEDINGER	82

L'INTERPRETAZIONE DEL PARADOSSO DEL GATTO.....	85
APPENDICE D: L'INTELLIGENZA ARTIFICIALE.....	86
LA NASCITA DELL'INTELLIGENZA ARTIFICIALE	86
I MECCANISMI DELLA MENTE UMANA	87
LE APPLICAZIONI DELL'INTELLIGENZA ARTIFICIALE.....	88
LA STANZA DI SEARLE	89
LA FUZZY LOGIC	89
L'INFERENZA BAYESIANA.....	92
INDICE DEI NOMI	95